Zkušenosti ze stáží 2013

University of Nottingham
a
University of St. Andrews

Ladislav Mišta

Katedra optiky, Univerzita Palackého, 17. listopadu 12, 771 46 Olomouc

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

University of Nottingham ’13

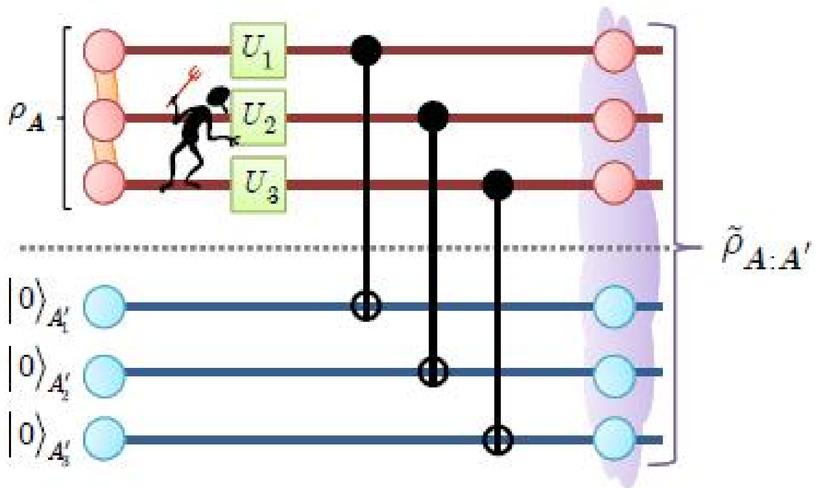
Datum konání: 2.6.-13.6. 2013
Název univerzity: University of Nottingham, Velká Británie
Počet studentů: cca 40 000
Název pracoviště: School of Mathematical Sciences
Počet studentů magisterských studijních programů: 683
Počet studentů doktorských studijních programů: 84
Počet akademických pracovníků na škole: 72

University of St. Andrews ’13

Datum konání: 17.11.-29.11. 2013
Název univerzity: University of St. Andrews, Velká Británie
Počet studentů: cca 7500
Název pracoviště: School of Physics and Astronomy
Počet studentů, kteří každoročně dokončí magisterské studium: 40-70
Počet studentů doktorských studijních programů: 64
Počet akademických pracovníků na škole: 37

University of Nottingham

Aktivace neklasických korelací

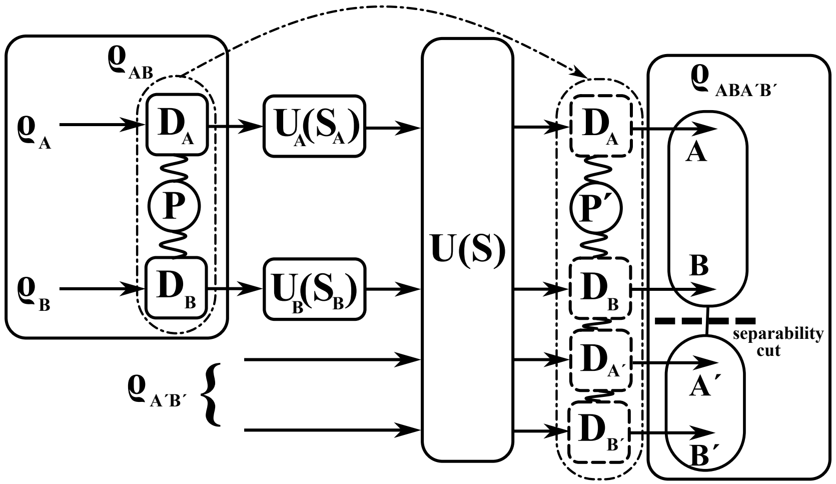


- Neklasicky korelovaný stav není diagonální v žádné produkt-bázi.
- $\forall$ klasicky korelované $\rho_{\mathbf{A}}$ $\exists$ $U_{\mathbf{A}}$ že $\tilde{\rho}_{\mathbf{A}:\mathbf{A}'}$ je separabilní.
- $\forall$ neklasicky korelované $\rho_{\mathbf{A}}$ je $\tilde{\rho}_{\mathbf{A}:\mathbf{A}'}$ provázaný $\forall U_{\mathbf{A}}$.
- Kvantifikace nekl. korelací *minimálním potenciálem provázanosti*:

$$Q_E(\rho_{\mathbf{A}}) = \min_{U_{\mathbf{A}}} E_{\mathbf{A}:\mathbf{A}'}(\tilde{\rho}_{\mathbf{A}:\mathbf{A}'}), \quad E - \text{míra provázanosti.}$$

M. Piani, S. Gharibian, G. Adesso, J. Calsamiglia, P. Horodecki, and A. Winter, Phys. Rev. Lett. **106**, 220403 (2011).

No-go teorém pro Gaussovskou aktivaci



- ρ_{AB} a $\rho_{A'B'}$ jsou Gaussovské stavy.
- U_A, U_B a U jsou Gaussovské unitární transformace.

Gaussovský stav ρ_{AB} je klasicky korelovaný $\Leftrightarrow$ $\rho_{AB} = \rho_A \otimes \rho_B$.

Musí $\exists$ U_A a U_B, že $\rho_A \otimes \rho_B$ se transformuje na separabilní stav. ρ_{AB} lze připravit z $\rho_A \otimes \rho_B$ Gaussovskými posunutími D_A a D_B. Linearita U_A, U_B a U umožňuje přesunout posunutí na výstup. Posunutí nemohou vytvořit provázanost a tedy $\tilde{\rho}_{\mathbf{A}:\mathbf{A}'}$ bude separabilní.

Gaussovské neklasické korelace nelze aktivovat Gaussovskými operacemi!

Negaussovský aktivační protokol

Negaussovský element: CNOT $C|m\rangle_A|n\rangle_B = |m\rangle_A|m+n\rangle_B$
Ancilla $\rho_{A'B'}$ je vakuový stav.

Uvažujeme negativitu $\mathcal{N}$ jako míru provázanosti E
$\rightarrow Q_{\mathcal{N}}$ – *negativita kvantovosti.*

Předpokad: U_A, U_B převádí ρ_{AB} na standardní tvar $\Rightarrow \mathcal{N} \geq Q_{\mathcal{N}}$.

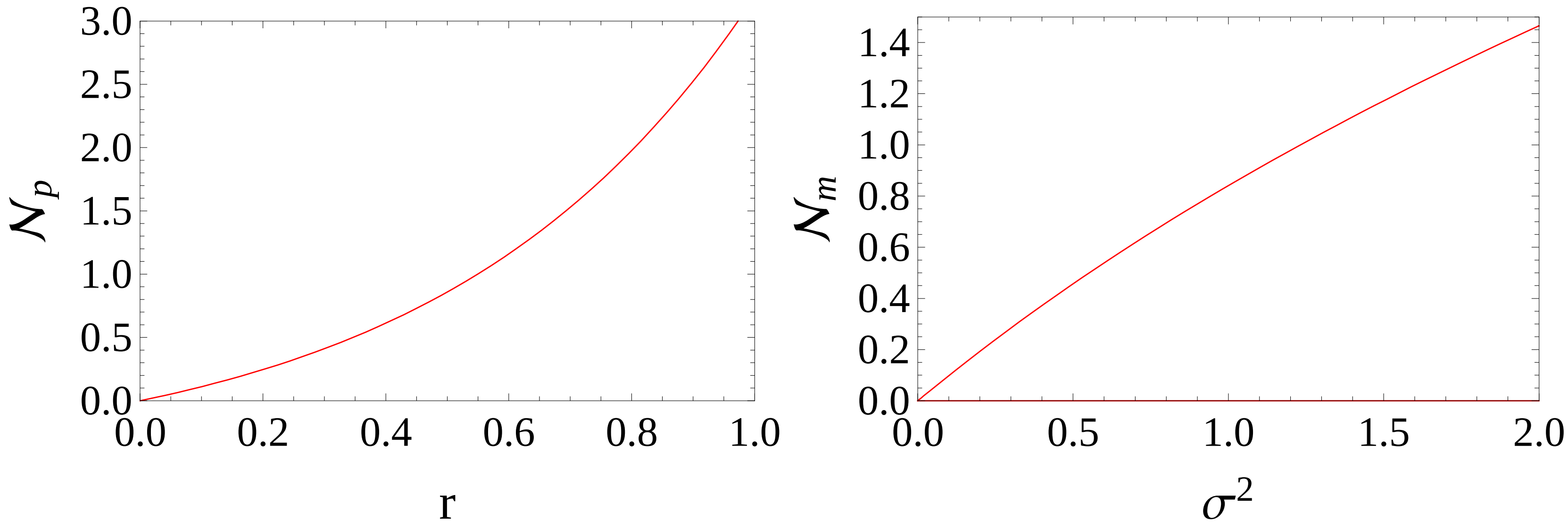
Čisté stavy: $\mathcal{N}_p = Q_{\mathcal{N}} = \frac{e^{2r}-1}{2}$.

Směs koherentních stavů:

$$\int_{\mathbb{C}} P(\alpha)|\alpha\rangle_A\langle\alpha| \otimes |\alpha\rangle_B\langle\alpha| d^2\alpha, \quad P(\alpha) = \exp(-|\alpha|^2/\sigma^2)/(\pi\sigma^2),$$

$$\mathcal{N}_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}\left\{\sum_{M=0}^{\infty} \frac{1}{s(M)} \left[\sum_{J=0}^{M} \sqrt{\binom{M}{J}}\right]^2 - 1\right\} \geq Q_{\mathcal{N}}$$

$$s(j) = \sigma^2 \left(1/\sigma^2 + 2\right)^{j+1}.$$



Obecný Gaussovský stav:

$$\mathcal{N} = \frac{1}{2}\left(\sum_{\mathbf{m},\mathbf{n}=\mathbf{0}}^{\infty} |\tilde{\rho}_{\mathbf{m},\mathbf{n}}| - 1\right) \geq Q_{\mathcal{N}},$$

$$\tilde{\rho}_{\mathbf{m},\mathbf{n}} = \frac{H^{(R)}_{m_1,m_2,n_1,n_2}(0)}{\sqrt{\det\left(\tilde{\gamma}+\frac{1}{2}I\right)}\sqrt{m_1!m_2!n_1!n_2!}}, \quad H^{(R)}_{\mathbf{m},\mathbf{n}}$$ - Hermitovy polynomy.

University of St. Andrews

Distribuce provázanosti separabilními stavy

Provázanost nelze vytvořit lokálními operacemi a klasickou komunikací (LOCC). Čistý provázaný stav $|\phi\rangle_{AB} \neq |\phi\rangle_A|\chi\rangle_B$.
LOCC $\rightarrow$ Separabilní stav: $\rho_{AB} = \sum_i p_i \rho_A^{(i)} \otimes \rho_B^{(i)}$.

Vzdálené systémy A a B lze provázat přenesením provázaného nebo dokonce separabilního! systému C (Cubitt et al, PRL 03')

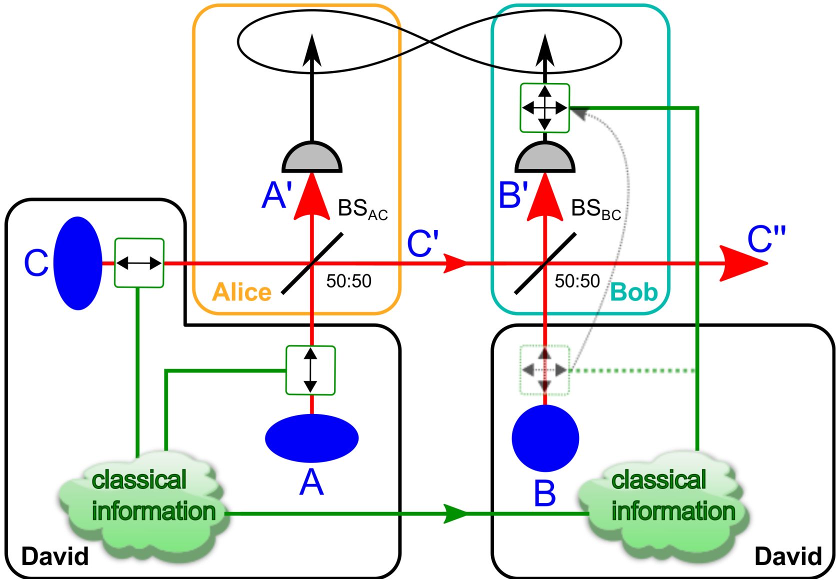
Separabilní ρ_{ABC} $\xrightarrow[CNOT_{AC}]{}$ $B-(AC)$ a $C-(AB)$! separabilní,

C zasláno Bobovi $\xrightarrow[CNOT_{BC}]{}$ $\frac{1}{3}|\phi_+\rangle_{AB}\langle\phi_+| \otimes |0\rangle_C\langle 0| + \frac{2}{3}I_{AB} \otimes |1\rangle_C\langle 1|$.

Projekce $|0\rangle_C$ dává $|\phi_+\rangle_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ (ebit).

Lze tento protokol demonstrovat s Gaussovskými spojitými proměnnými?

Gaussovský protokol



Krok 1: Separabilní stav z $\gamma_{A,C} = \text{diag}(e^{\pm 2r}, e^{\mp 2r}), \gamma_B = I$,

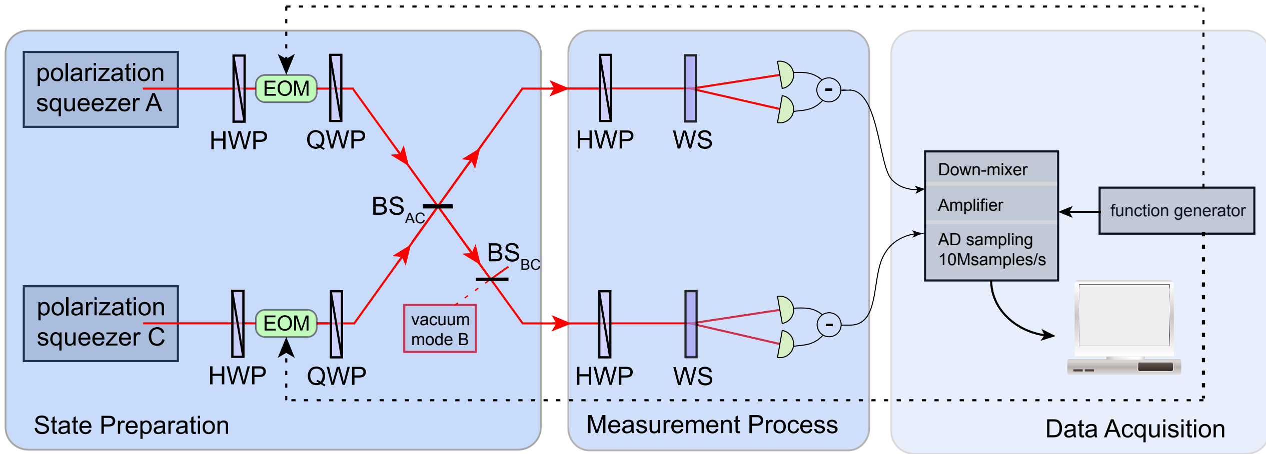
$\hat{x}_B \to \hat{x}_B + v, \hat{x}_C \to \hat{x}_C + \frac{v}{\sqrt{2}}, \hat{p}_A \to \hat{p}_A - \frac{u}{\sqrt{2}}, \hat{p}_B \to \hat{p}_B + u, \langle {}^{u^2}_{v^2} \rangle = 2x.$

Krok 2: Dělič $\hat{x}'_{A,C} = (\hat{x}_A \pm \hat{x}_C)/\sqrt{2}, \hat{p}'_{A,C} = (\hat{p}_A \pm \hat{p}_C)/\sqrt{2}$

$\to$ separabilita dělení $B-(AC)$ a $C-(AB)$, $x = (e^{2r}-1)/2$.

Krok 3: Dělič na B a C $\to$ provázanost A a B.

Experiment



- $\hat{x}, \hat{p}$ realizujeme polarizačními Stokesovými operátory.
- $\langle \hat{S}_1 \rangle = \langle \hat{S}_2 \rangle = 0$, $\langle \hat{S}_3 \rangle \gg 0 \to$ rovina $\hat{S}_1$-$\hat{S}_2$ = fázový prostor.
- $\hat{S}_\theta, \hat{S}_{\theta+\pi/2}$ odpovídají kvadraturám $\hat{x}, \hat{p}$.
- Posunutí módu B je provedeno elektronicky po jeho změření.

Výsledky měření

Kovarianční matice (KM) po BS_{AC}:

$$\gamma_{A'C'} = \begin{pmatrix} 20.90 & 1.102 & -7.796 & -1.679 \\ 1.102 & 25.30 & 1.000 & 14.63 \\ -7.796 & 1.000 & 20.68 & 0.8010 \\ -1.679 & 14.63 & 0.8010 & 24.65 \end{pmatrix}.$$

PPT kritérium:

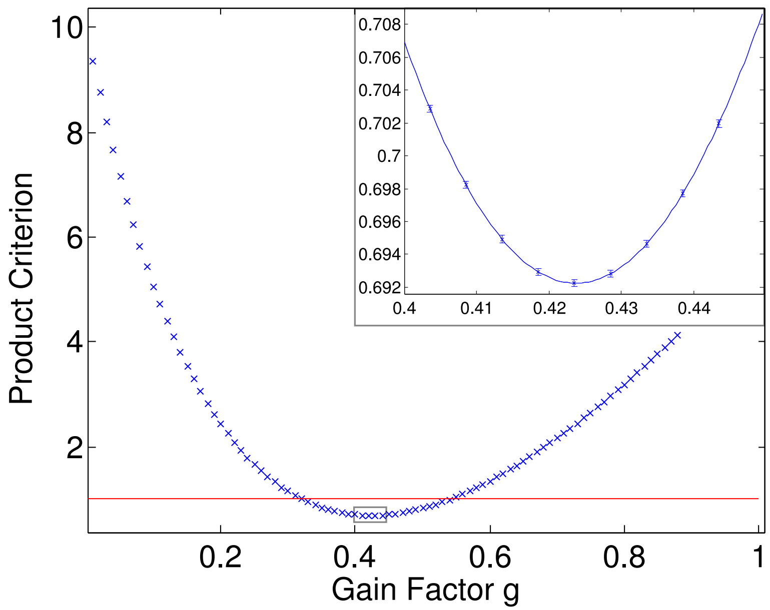
Gaussovský stav $\hat{\rho}_{XY}$ je provázaný $\Leftrightarrow$ γ_{XY} splňuje

$$\gamma_{XY}^{(T_Y)} + i\Omega_2 \ \geq 0, \quad \Omega_2 \ = \bigoplus_{i=1}^{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\gamma_{XY}^{(T_Y)}$ - matice částečně transponovaného stavu.
Vlastní čísla: $39.84, 28.47, 13.85, 9.371$ $\Rightarrow$ C' je separabilní.

$$\text{KM} \quad \gamma_{A'B'} = \begin{pmatrix} 19.95 & 1.025 & -4.758 & -1.063 \\ 1.025 & 22.92 & 0.9699 & 9.153 \\ -4.758 & 0.9699 & 9.925 & 0.2881 \\ -1.063 & 9.153 & 0.2881 & 11.65 \end{pmatrix}.$$

Vlastní čísla: $28.24, 21.79, 8.646, 5.756 \Rightarrow$ $A' - B'$ jsou separabilní.



Oprava na B' $\rightarrow \Delta^2(0.42\hat{x}_{A'} + \hat{x}_{B'})\Delta^2(0.42\hat{p}_{A'} - \hat{p}_{B'}) < 1 \Rightarrow$ provázanost.

Děkuji!