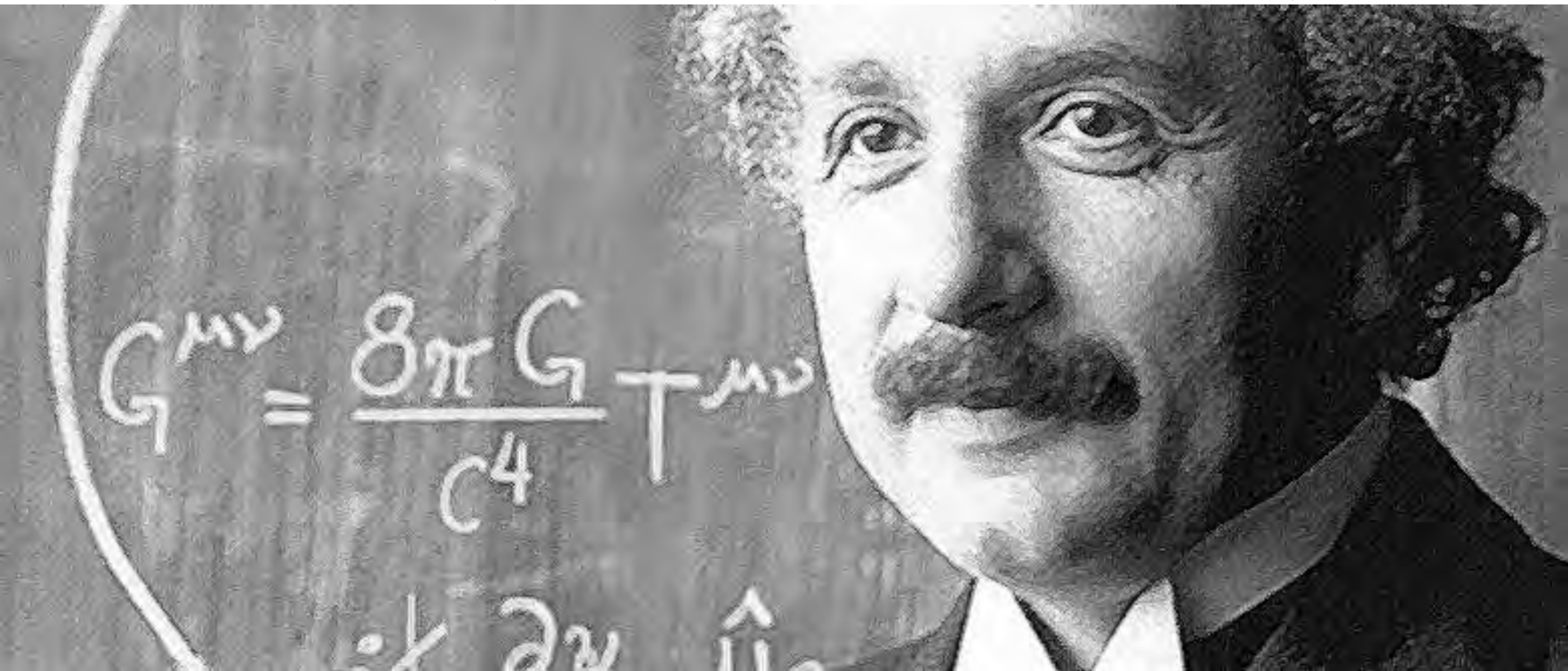


Století obecné teorie relativity

Petr Slaný

Ústav fyziky

Filozoficko-přírodovědecká fakulta SU v Opavě



Einsteinovy rovnice gravitačního pole

844 Sitzung der physikalisch-mathematischen Klasse vom 25. November 1915

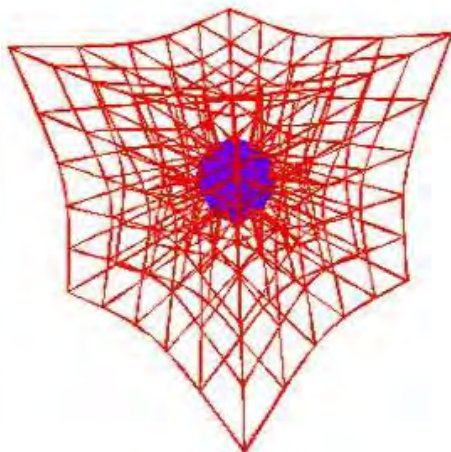
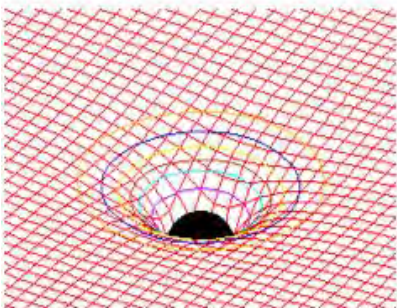
Vyšlo 2. 12. (4 strany)

Die Feldgleichungen der Gravitation.

VON A. EINSTEIN.

In zwei vor kurzem erschienenen Mitteilungen¹ habe ich gezeigt, man zu Feldgleichungen der Gravitation gelangen kann, die dem lat al
Fassu allger
varian gegenüb
1 ist fa
Gleic ag ent
und beliebigen Substitutionen von der Determinante 1 gegenüb
variant waren. Hierauf fand ich, daß diesen Gleichungen alle

Gravitace je projevem zakřivení
prostor času hmotou-energií.



1916. Vyšlo 20. 3. (54 stran)

№ 7.

ANNALEN DER PHYSIK. VIERTE FOLGE. BAND 49.

1. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie; von A. Einstein.

Die im nachfolgenden dargelegte Theorie bildet die denkbar weitgehendste Verallgemeinerung der heute allgemein als "Relativitätstheorie" bezeichneten Theorie; die letztere nennt

Obsahuje mj. rovnice geodetiky a srovnání
s Newtonovou teorií $\rightarrow \kappa = 8\pi G/c^4$

Gravitace jako zakřivení prostoročasu (1)

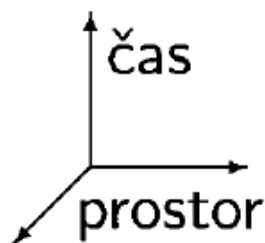
- **Prostoročas** = 4-rozměrné kontinuum tvořené událostmi (ct, x, y, z)
- **STR** – popis událostí z hlediska inerciálních soustav
- **světočára** = pohyb v plochém (Minkowskiho) prostoročase

Prostorové a časové intervaly jsou relativní, absolutní je pouze prostoročasový interval:

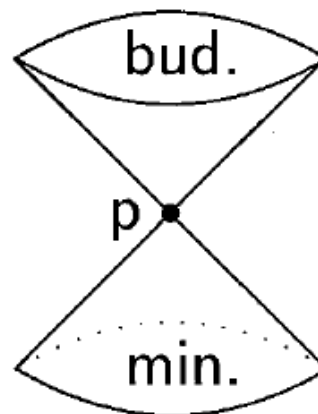
$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 = -c^2 dt'^2 + dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = ds'^2$$

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \rightarrow g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$$

→ kauzální struktura prostoročasu:



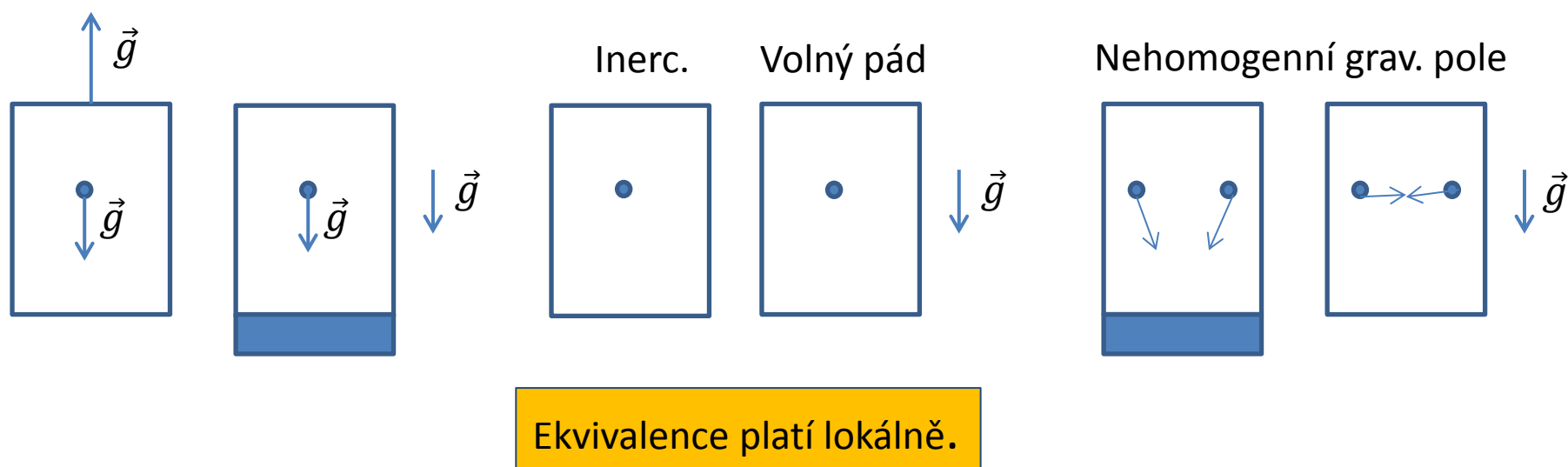
prostorově
oddělené
události



prostorově
oddělené
události

Gravitace jako zakřivení prostoročasu (2)

- **OTR** – popis událostí z hlediska libovolných neinerciálních soustav
- **Princip ekvivalence**



- **Analogie se zakřivenými povrchy**

Okolí libov. bodu na zakřiveném povrchu lze bez výrazného zkreslení přenést do mapy.

(V libov. bodě gravitačního pole lze zavést lokální inerciální systém.)

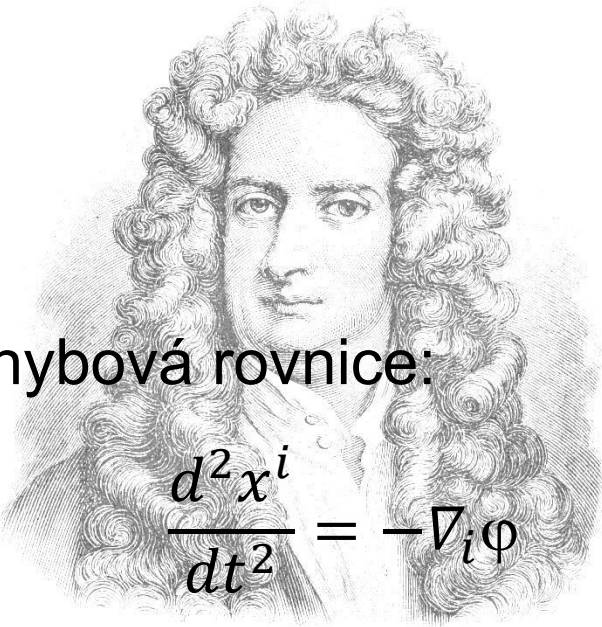
Globální nezkrslující mapa celého zakřiveného povrchu neexistuje.

(V gravitačním poli nevystačíme s jediným volně padajícím systémem.)

Rovnice gravitačního pole

Newton

$$\Delta\varphi = 4\pi G\rho$$



Isaak Newton.

Pohybová rovnice:

$$\frac{d^2x^i}{dt^2} = -\nabla_i\varphi$$

Einstein

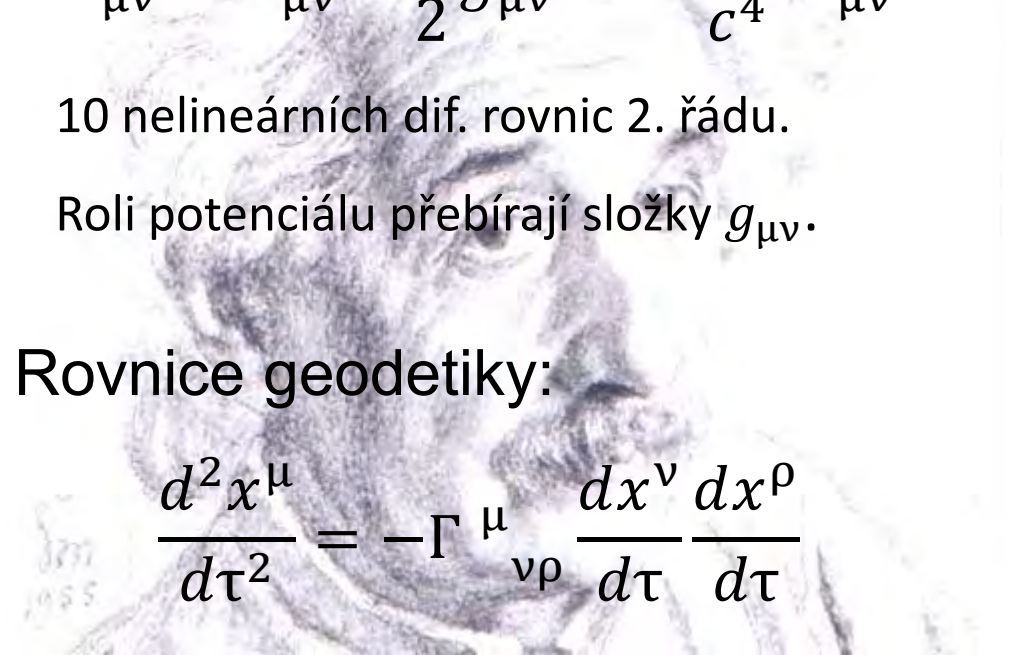
$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

10 nelineárních dif. rovnic 2. řádu.

Roli potenciálu přebírají složky $g_{\mu\nu}$.

Rovnice geodetiky:

$$\frac{d^2x^\mu}{d\tau^2} = -\Gamma^\mu_{\nu\rho} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau}$$



Pohyb po geodetikách

- c circular orbit
- e elliptical orbit
- u unbound orbit

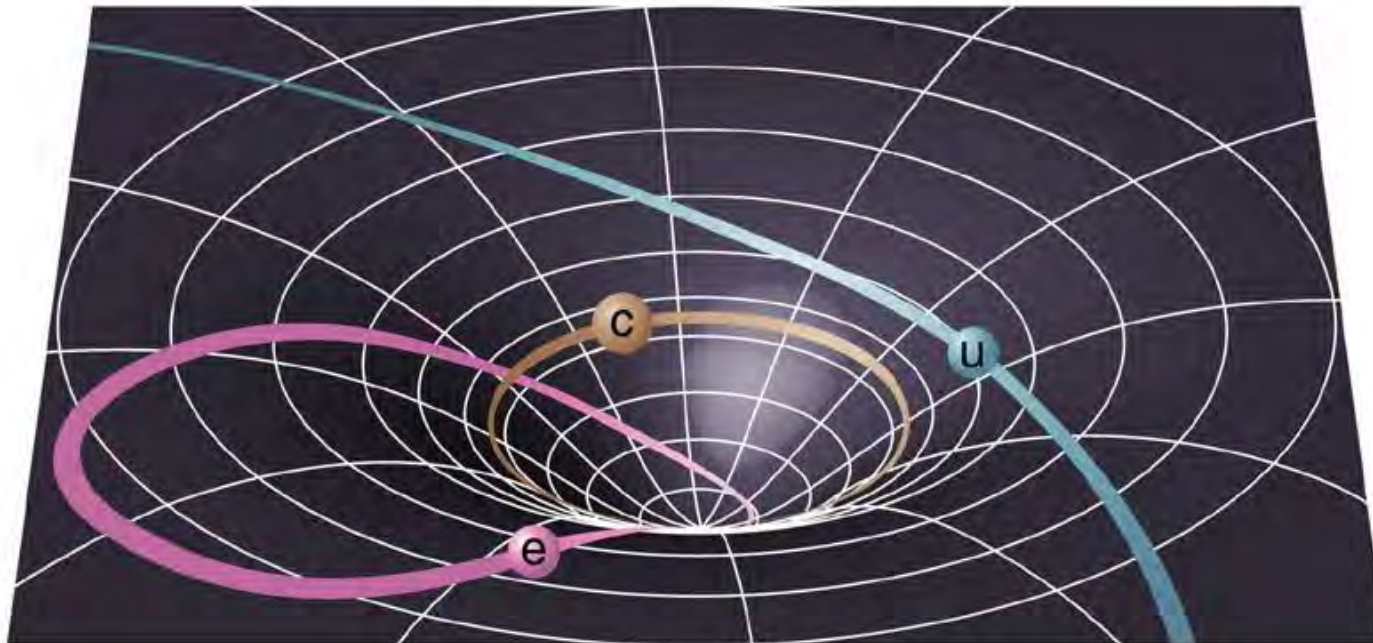
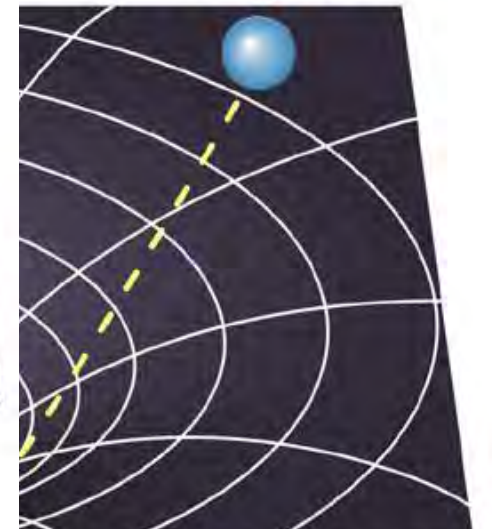


image 2



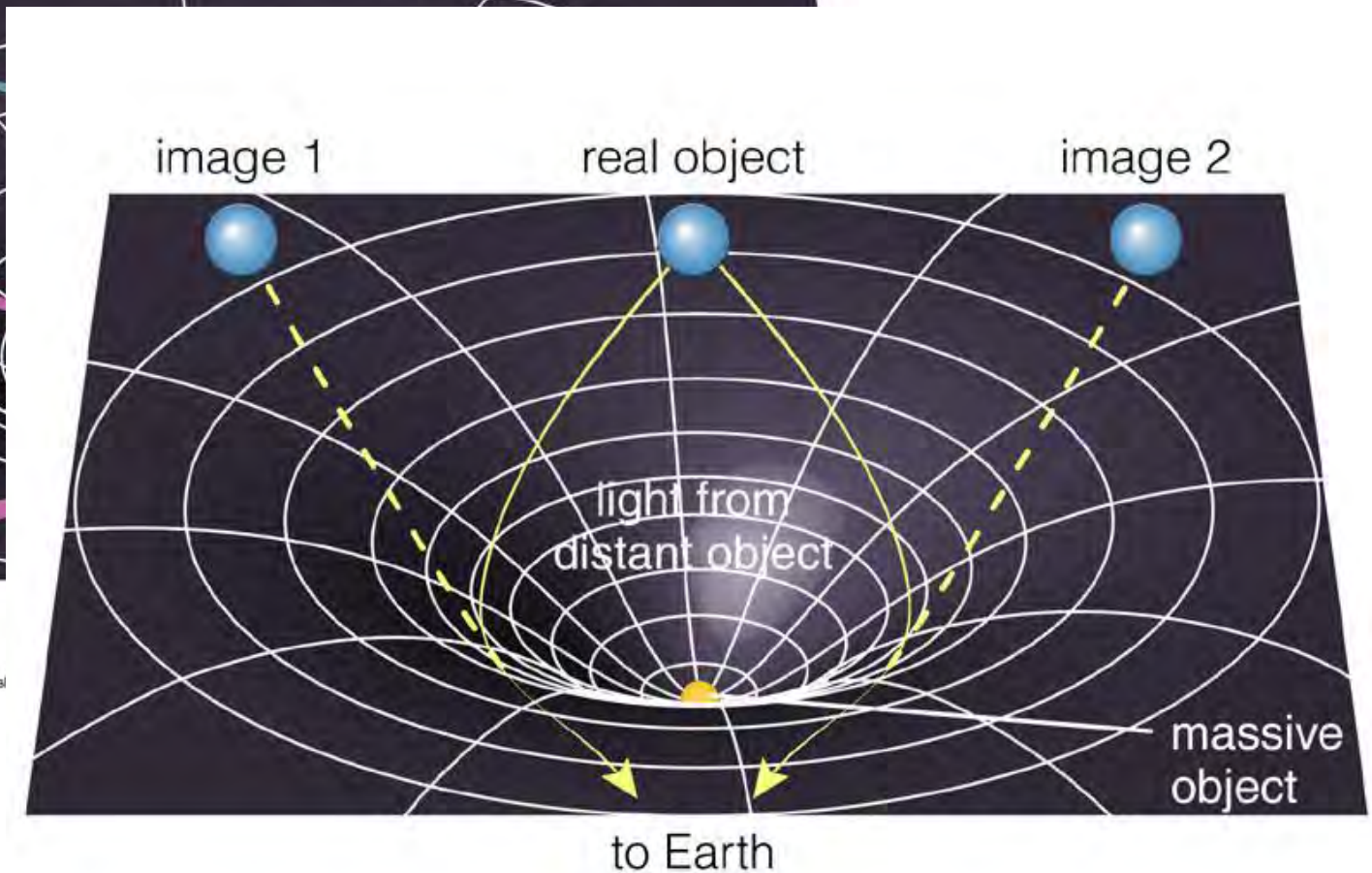
Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.



Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.

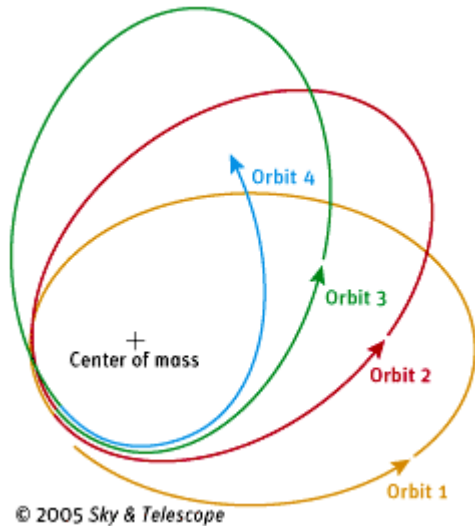
Pohyb po geodetikách

- c circular orbit
- e elliptical orbit
- u unbound orbit



Důsledky OTR (1)

- Precese pericentra (Merkur: 43"/100 let, PSR J0737-3039: 16,9°/rok)

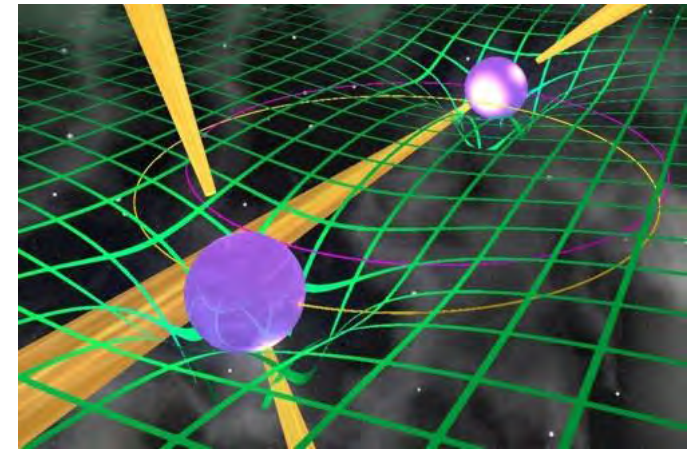


Relativistický Binetův vzorec:

$$\frac{d^2u}{d\varphi^2} + u = \frac{M}{L^2} + \underbrace{3Mu^2}_{\text{relativistic correction}}$$

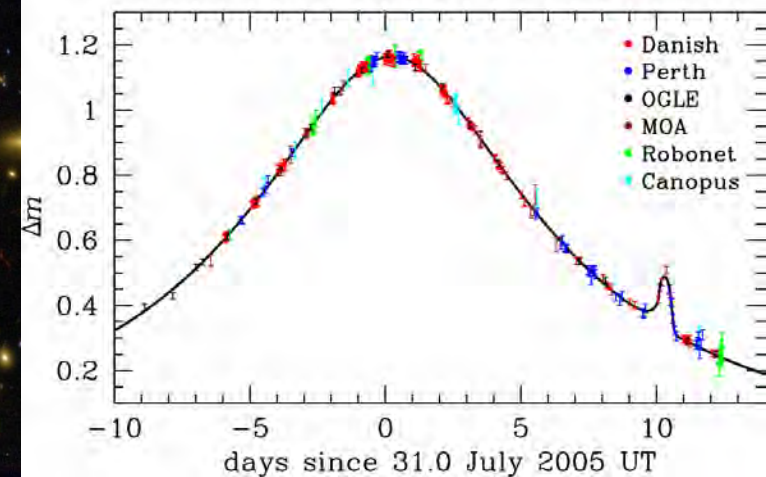
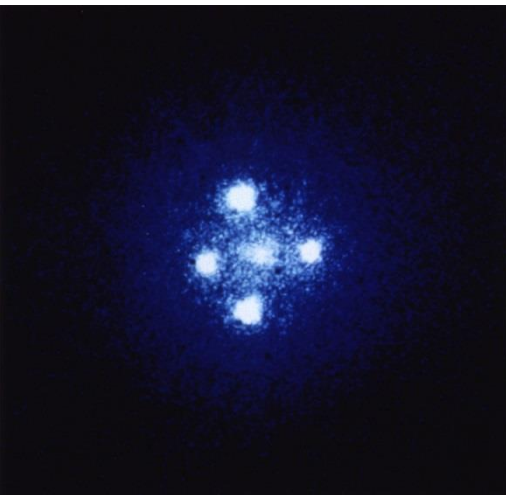
$$u \simeq \frac{M}{L^2} (1 + e \cos[\varphi(1 - \epsilon)])$$

$$\Delta\varphi \approx 2\pi\epsilon \quad \epsilon = \frac{3M^2}{L^2}$$



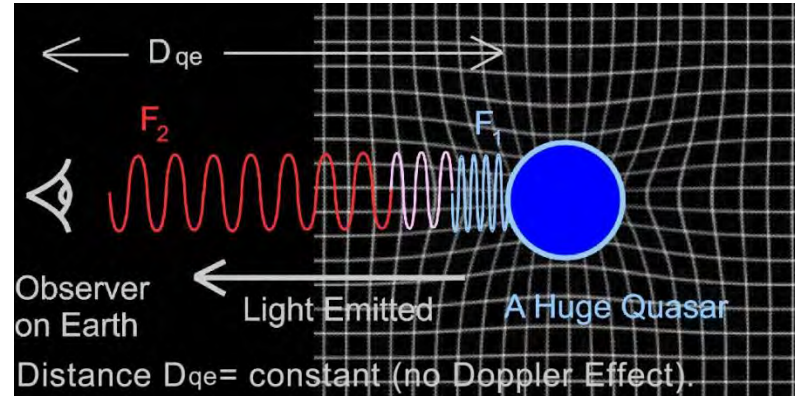
- Ohyb světelných paprsků (Slunce: 1,75"), gravitační čočky a μ-čočky

OGLE 2005-BLG-390



Důsledky OTR (2)

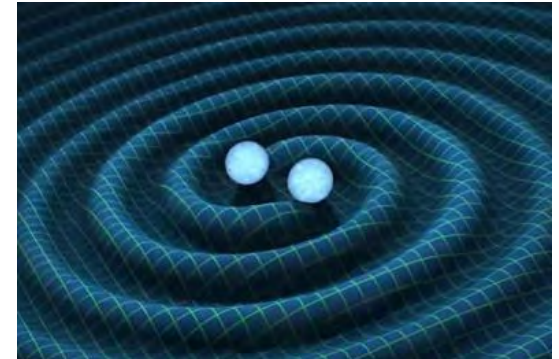
- Gravitační rudý posuv
 - čím hlouběji v gravitačním poli, tím pomalejší plynutí času



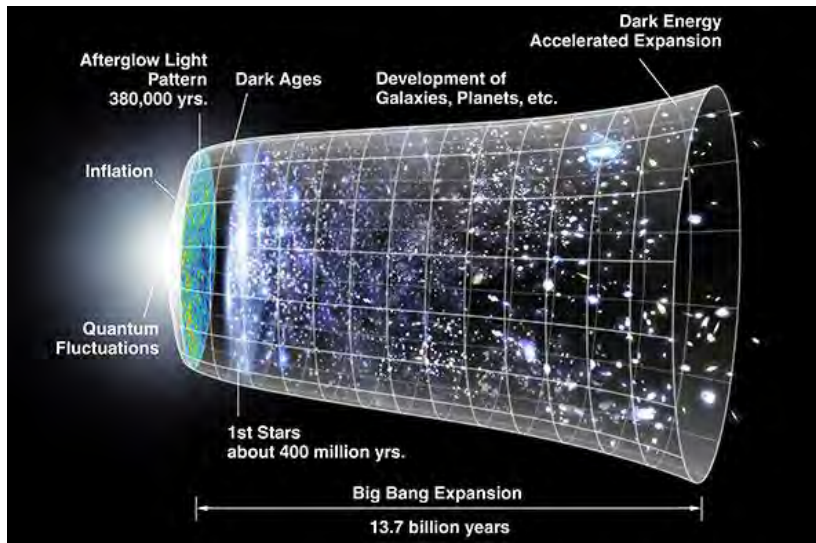
- Černé díry

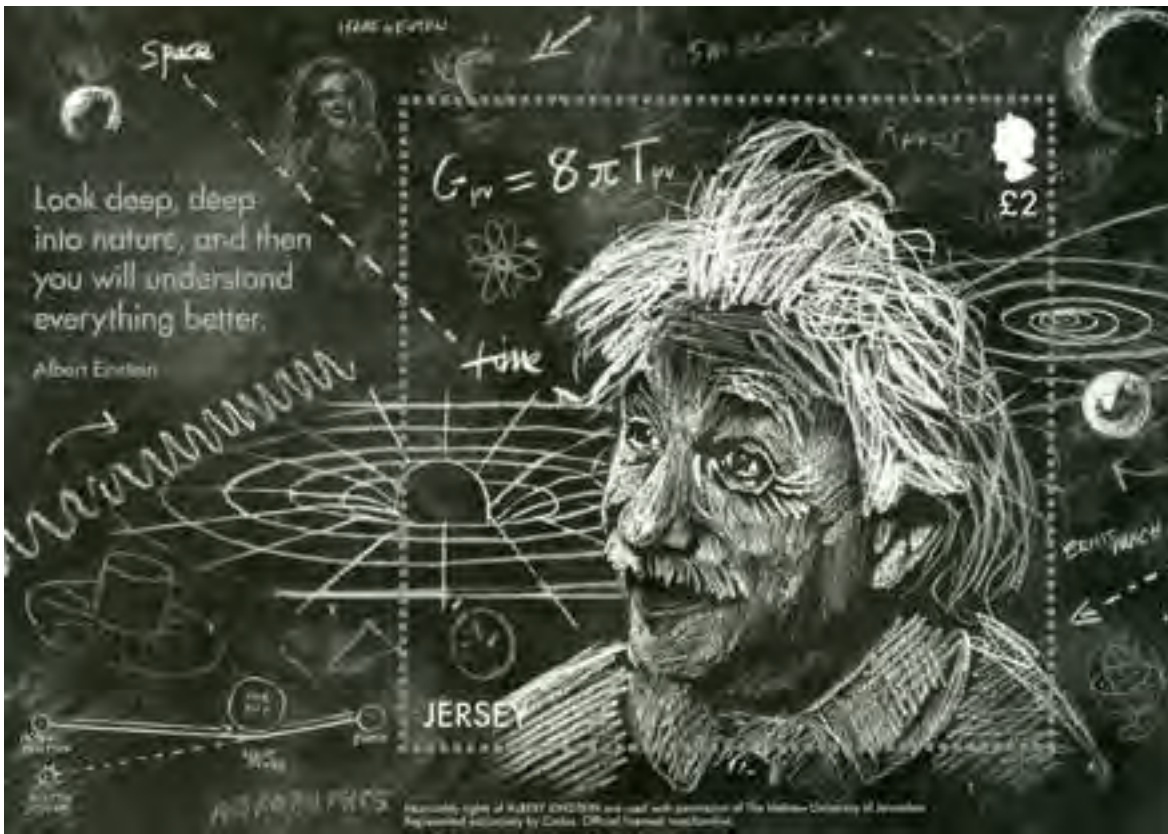


- Gravitační vlny

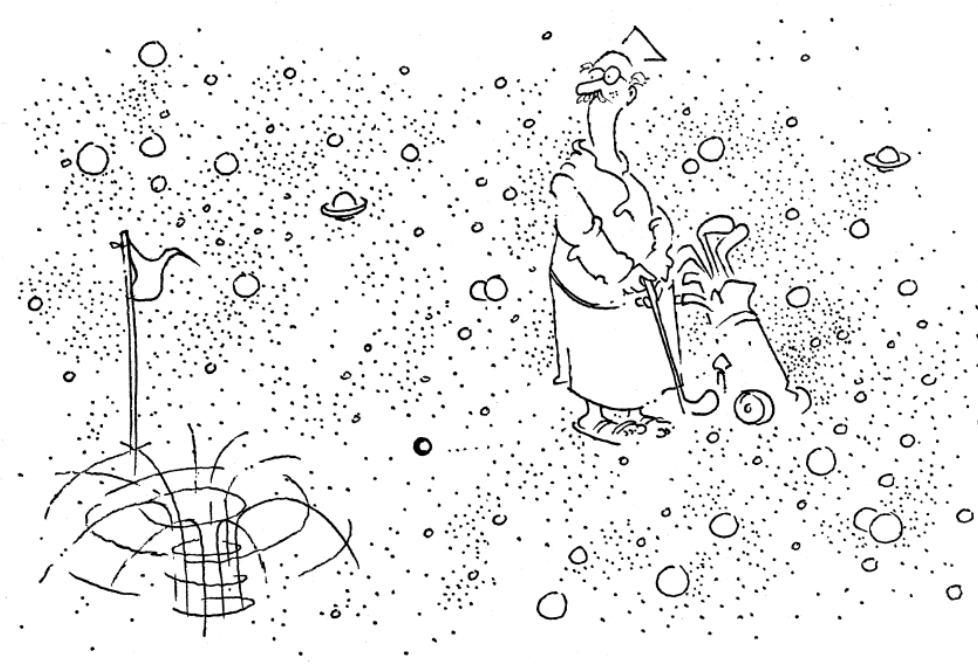


- Kosmologie





Černé díry ve vesmíru

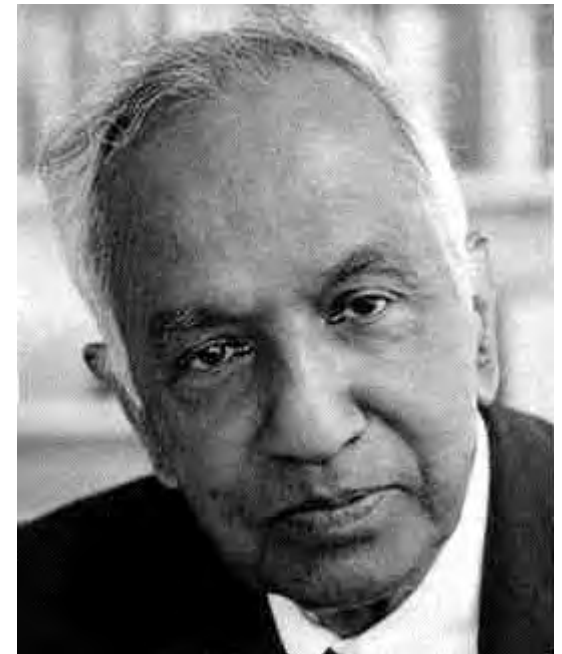


Kde je hledat a opravdu existují?

*Černé díry jsou nejdokonalejší makroskopické objekty ve vesmíru:
skládají se pouze z prostoru a času.*

... a jsou taky nejjednoduššími objekty.

S. Chandrasekhar (1910 – 1995)



Laická představa černé díry



- ČD – těleso, jehož úniková rychlost je větší než rychlost světla
- Pomocí Newtonovy teorie gravitace - John Michell (1793):

$$R < R_g = 2GM/c^2 = 3\text{km} (M/M_{\odot})$$

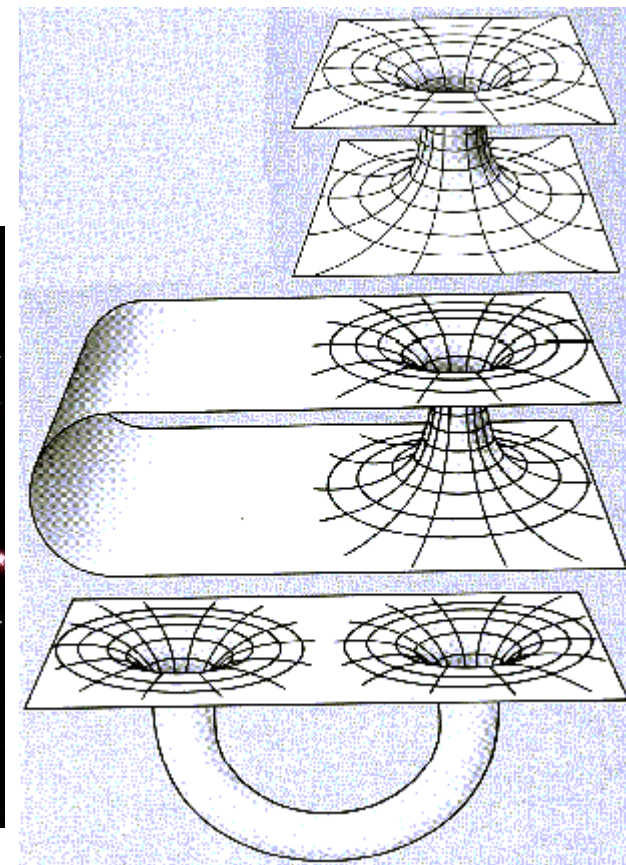
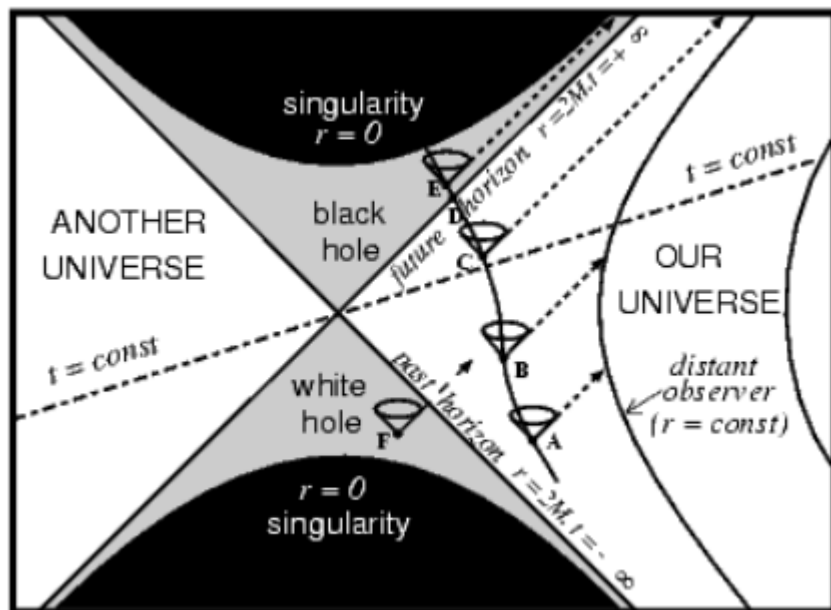
Statická černá díra

- K. Schwarzschild (1916) – našel sféricky symetrické řešení vakuových Einsteinových rovnic → Schwarzschildova ČD

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

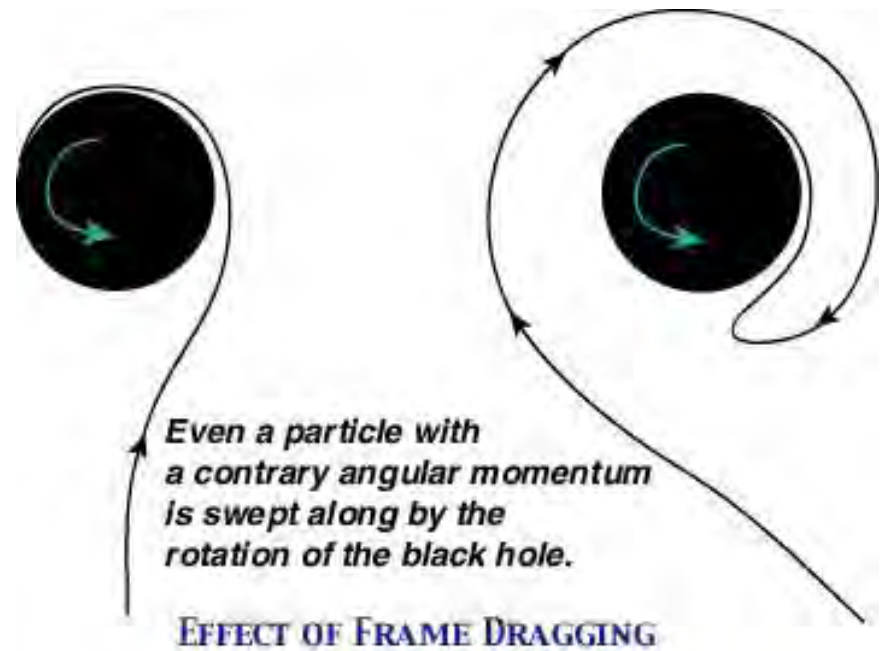
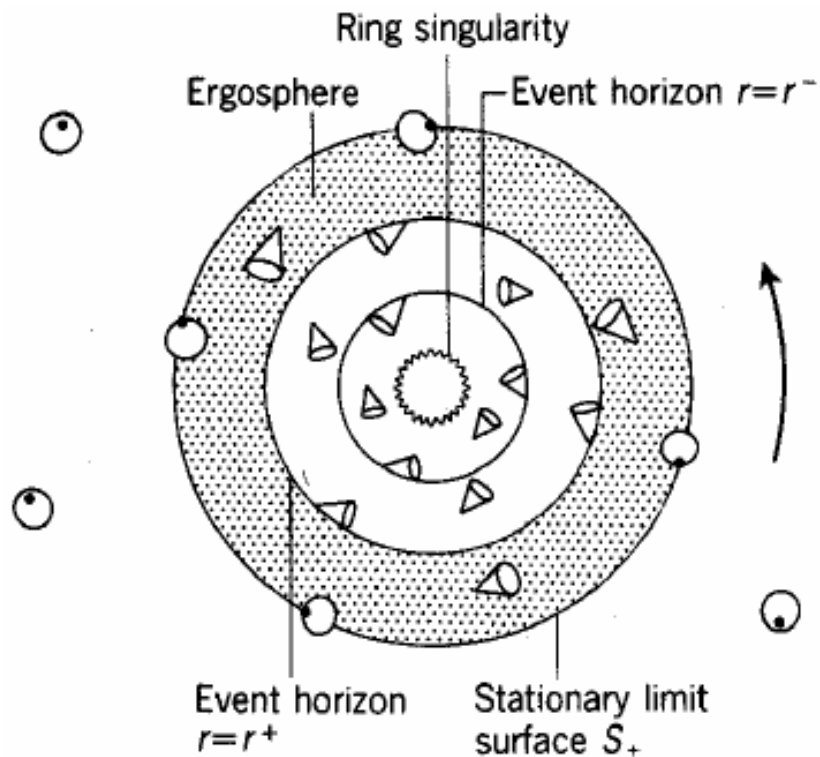
➤ charakterizována „jen“ hmotností M

➤ Schwarzschildův poloměr: $R_S = 2GM/c^2$



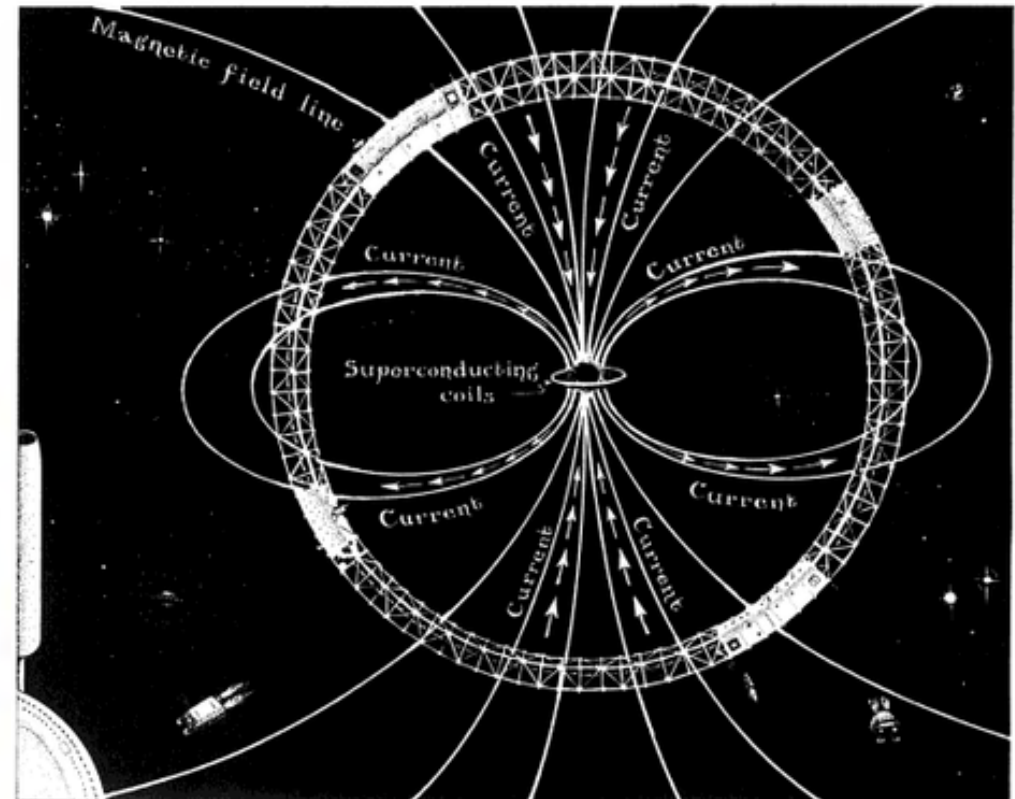
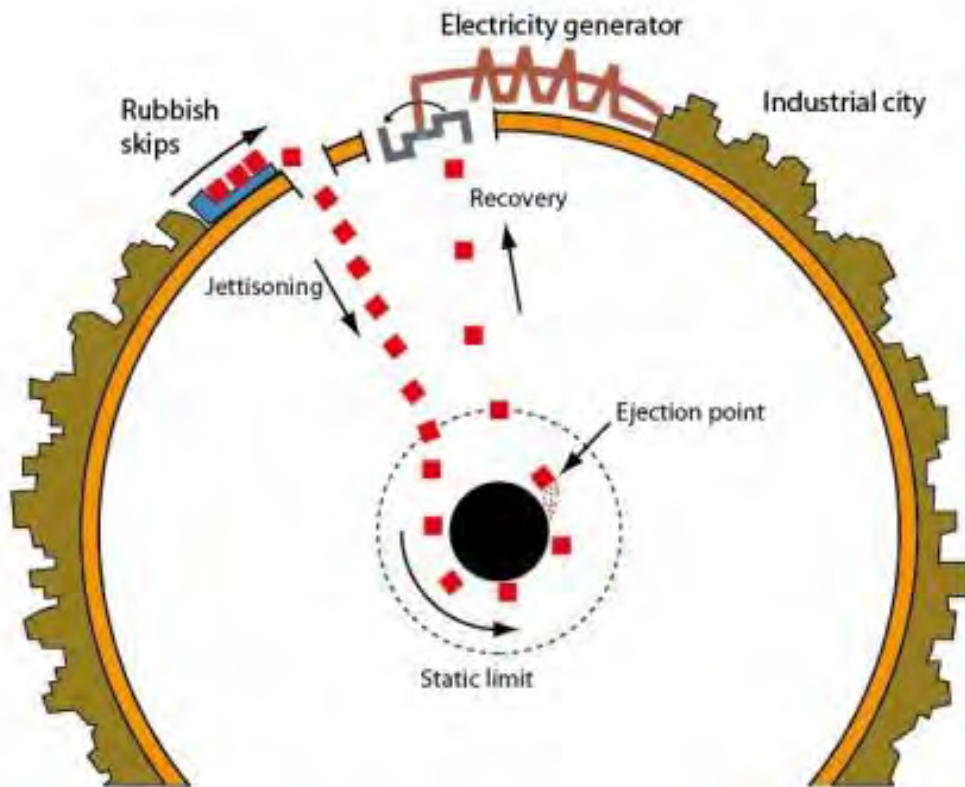
Rotující černá díra

- R. Kerr (1963) – našel osově symetrické řešení vakuových Einsteinových rovnic → *Kerrová ČD*
 - charakterizována hmotností M a momentem hybnosti J



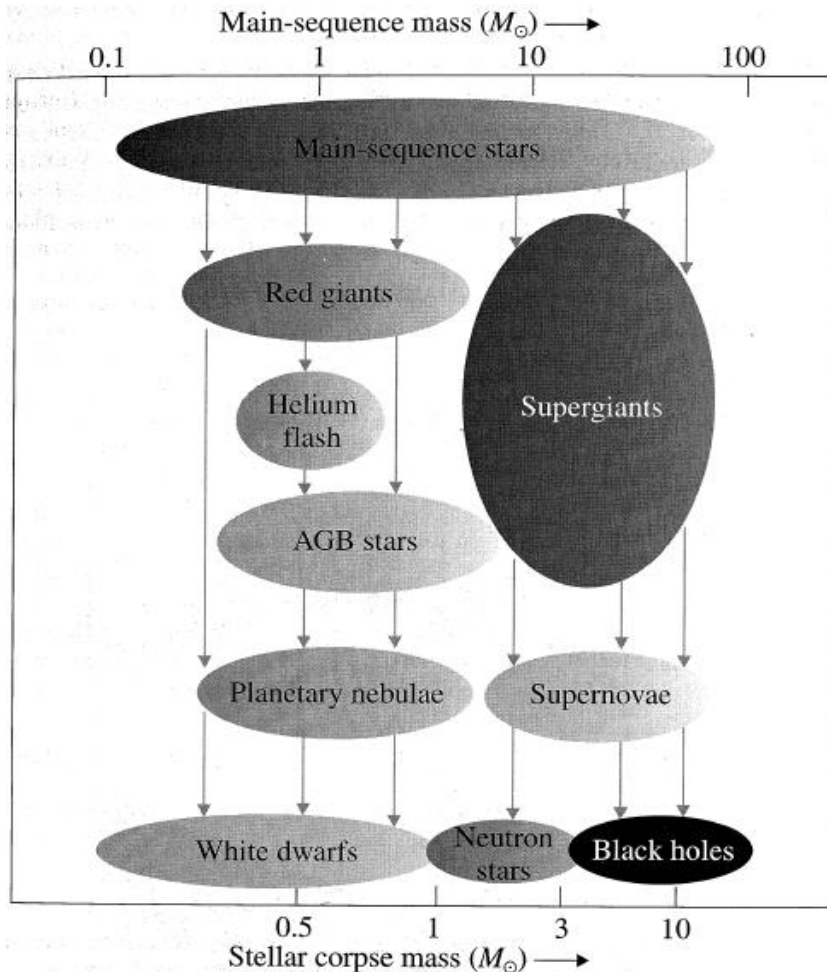
Extrakce energie z rotující černé díry

Z rotující černé díry je možné získat až **29% Mc^2** (pro extrémní ČD), a to na úkor její rotační energie (např. Penroseův proces).



P.6 A city on a girder-work ring around a spinning black hole, and the electromagnetic system by which the city extracts power from the hole's spin.

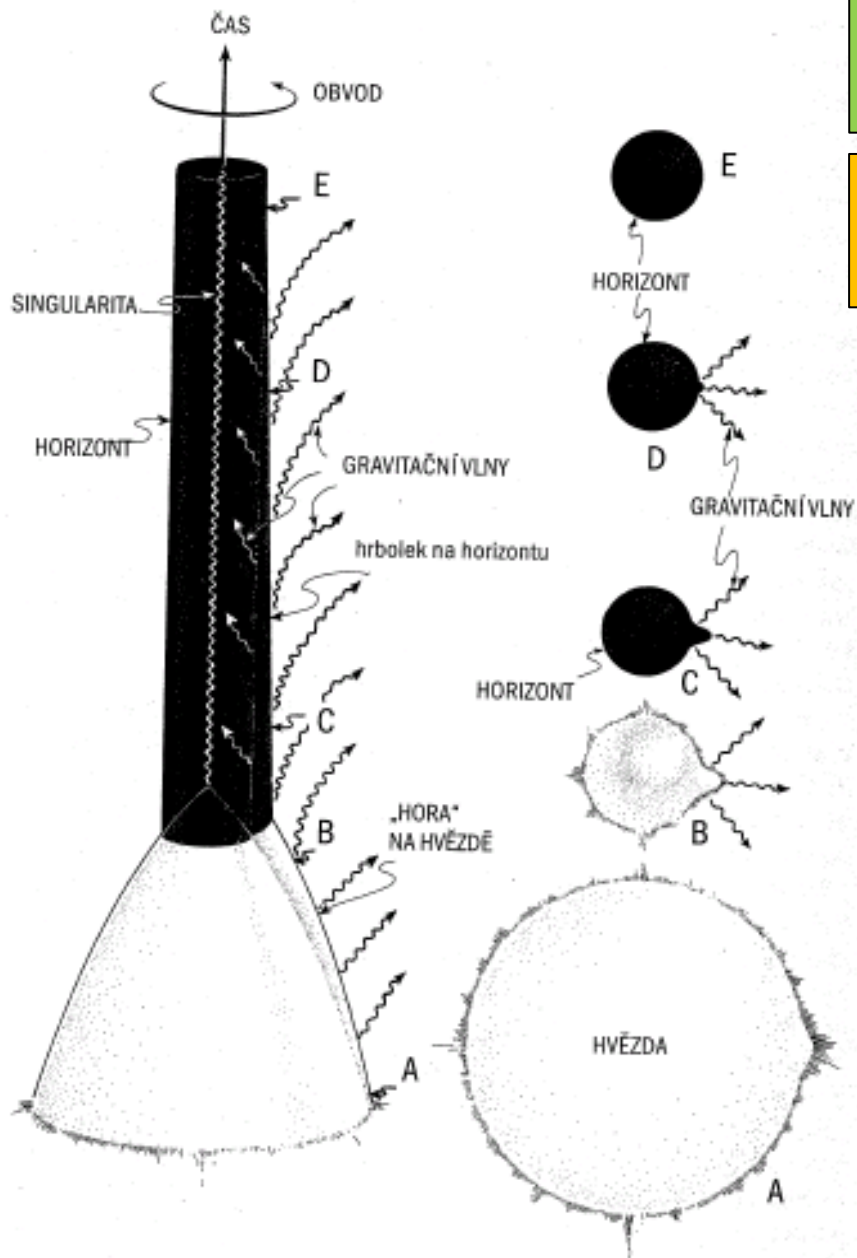
Závěrečná stadia života hvězd



- hvězdy o počáteční hmotnosti $(0.08 - 8) M_{\odot} \rightarrow$ **bílý trpaslík**
 - $M_{\text{WD}} < 1 M_{\odot}, R_{\text{WD}} \sim R_{\text{Z}}$
- $(8 - 25) M_{\odot} \rightarrow$ **neutronová hvězda**
 - $M_{\text{NS}} = (1.4 - 2) M_{\odot}, R_{\text{NS}} \sim 10 \text{ km}$
- $M > 25 M_{\odot} \rightarrow$ **černá díra**
 - $M_{\text{BH}} > 3 M_{\odot}, R_{\text{BH}} = (1.5 - 3) \text{ km} \frac{M}{M_{\odot}}$

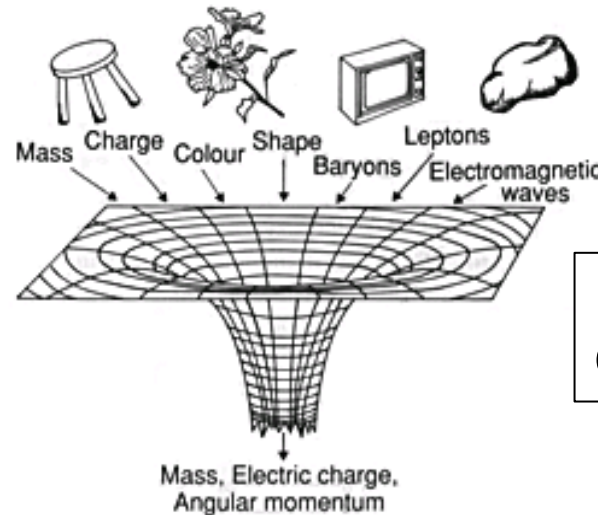
Černé díry vznikají gravitačním kolapsem velmi hmotných hvězd.

Gravitační kolaps hvězdy



Vše, co může být vyzářeno, je vyzářeno.
(R. Price)

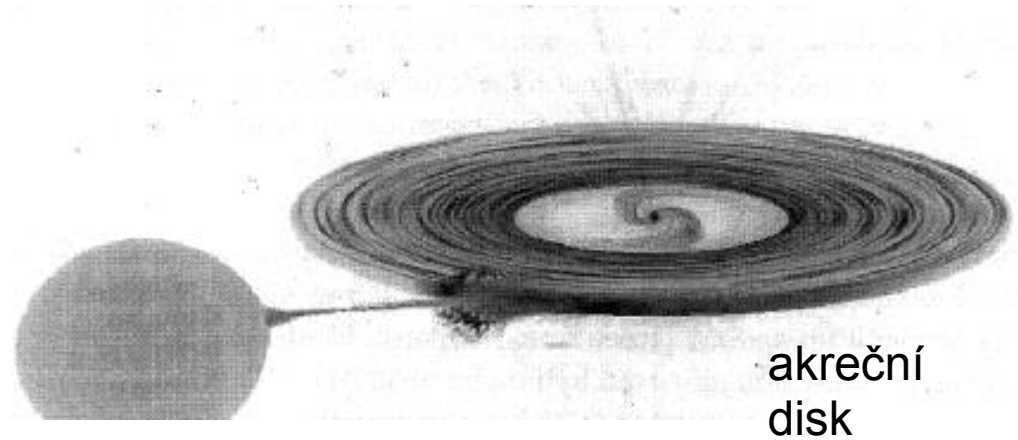
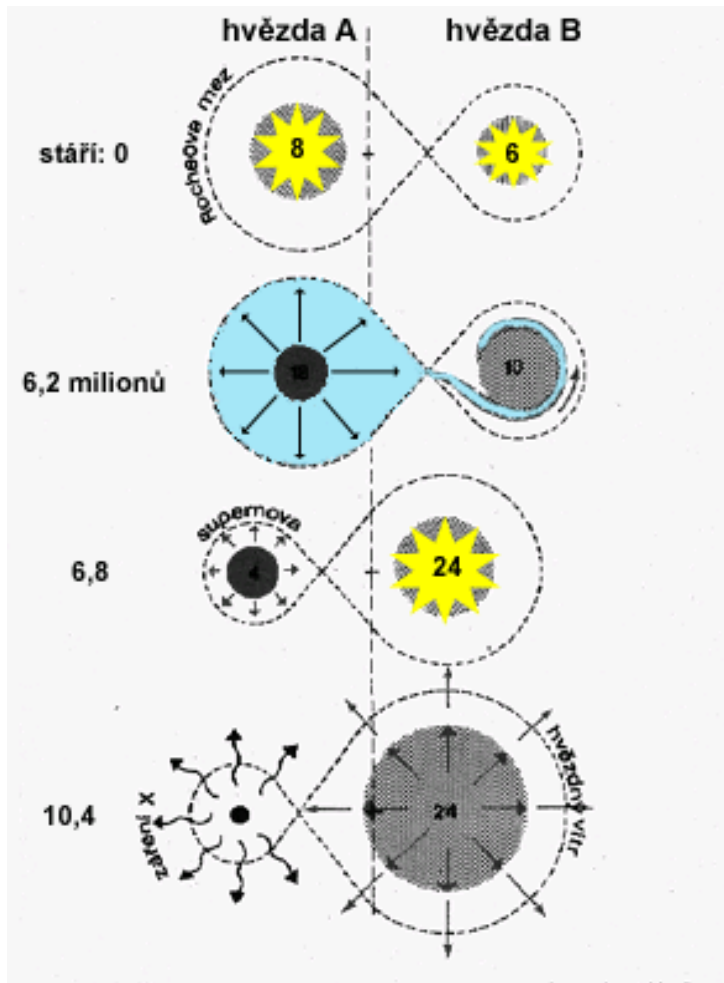
Černá díra nemá vlasy!
(J. A. Wheeler)



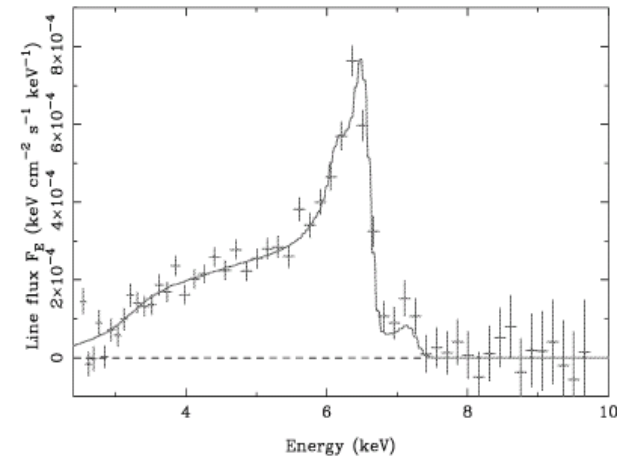
Kerrova-Newmanova
ČD: (M, J, Q)

- ČD je oblast extrémně zakřiveného prostoru a zborceného času
- ČD je od okolí oddělena *horizontem událostí*
- uvnitř ČD se nachází *singularita*

Těsné binární systémy

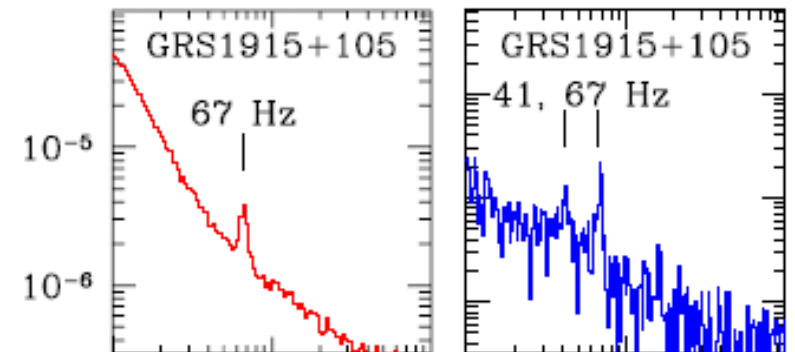


Fe K α čára

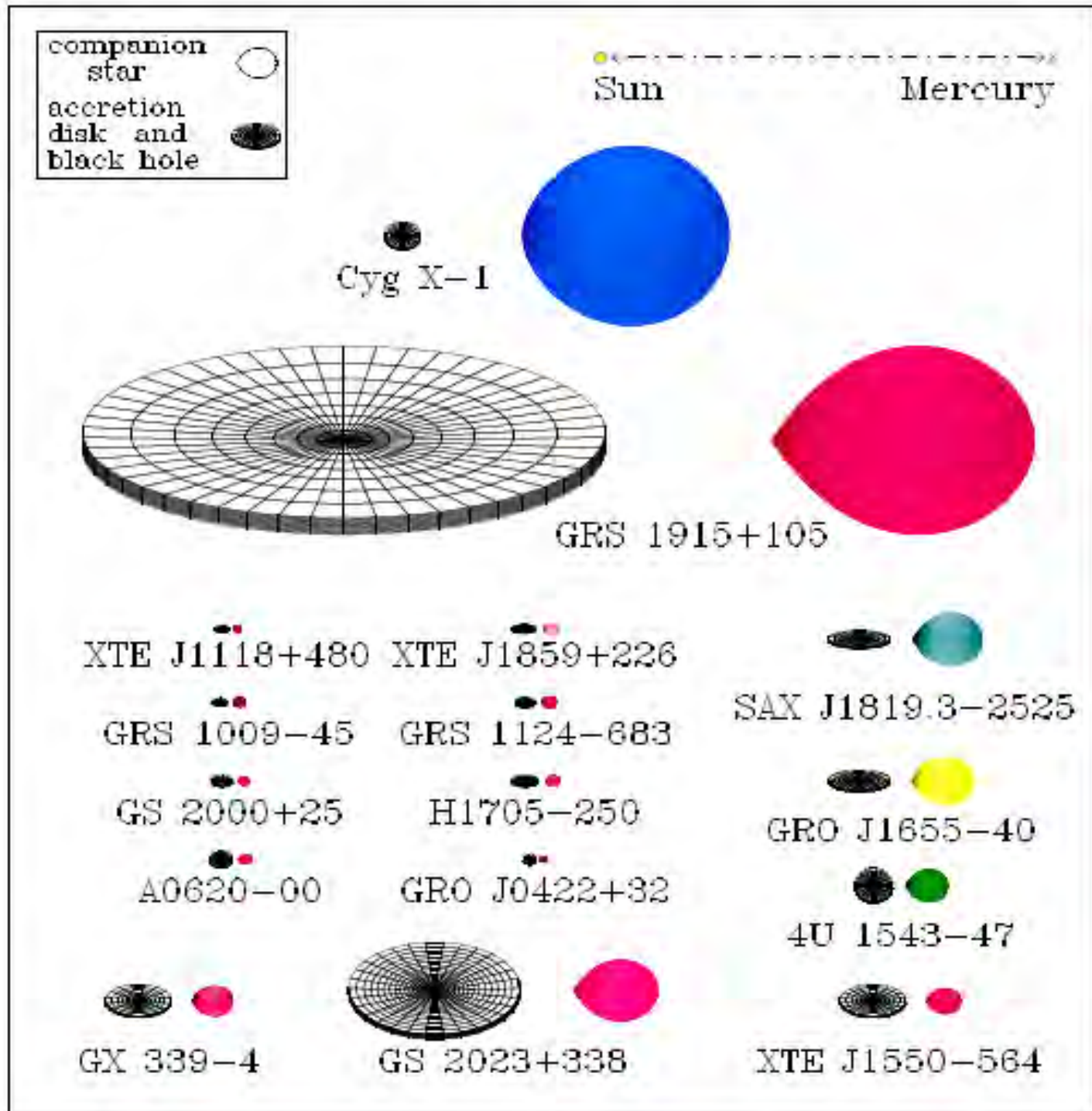


3. Keplerův zák.: $M_1 + M_2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G P^2}$

kvaziperiodické
oscilace (QPO)



Black Hole Binaries in the Milky Way

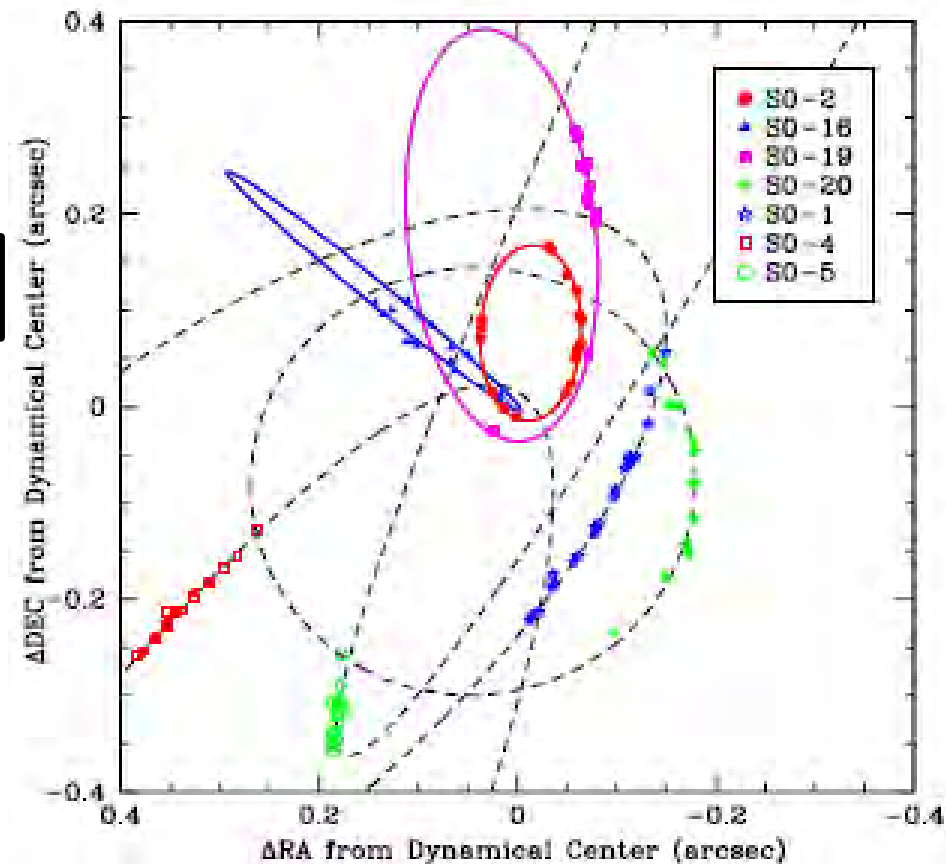


Centrum Galaxie – Sgr A*

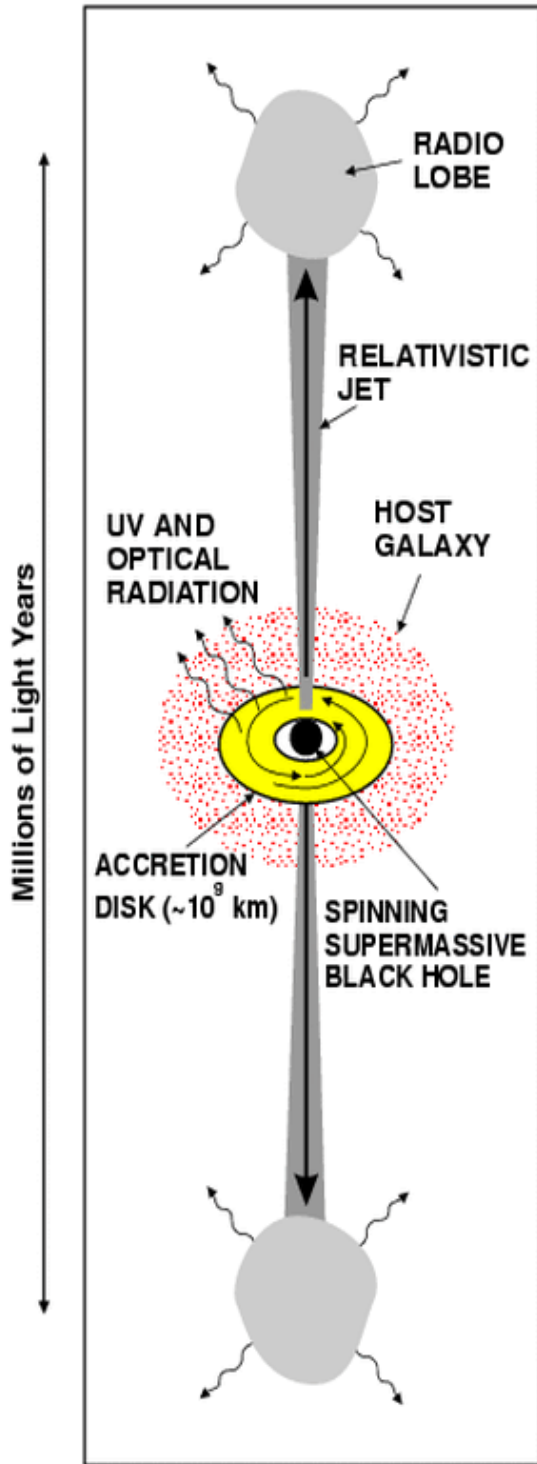
- kompaktní radiový zdroj (< 3 AU), vzdálenost $\sim 26\,000$ sv. let
- kinematika hvězd centrální hvězdokupy (S-hvězdy)
 - Sgr A* leží ve společném ohnisku orbit
 - vlastní pohyb S-hvězd > 1000 km/s
 - S2: perioda ~ 15.7 let, pericentrum ~ 100 AU

supermasivní ČD $(3.6 \pm 0.4) \times 10^6 M_{\odot}$

- sféra vlivu ČD $< 6\,000$ sv. let



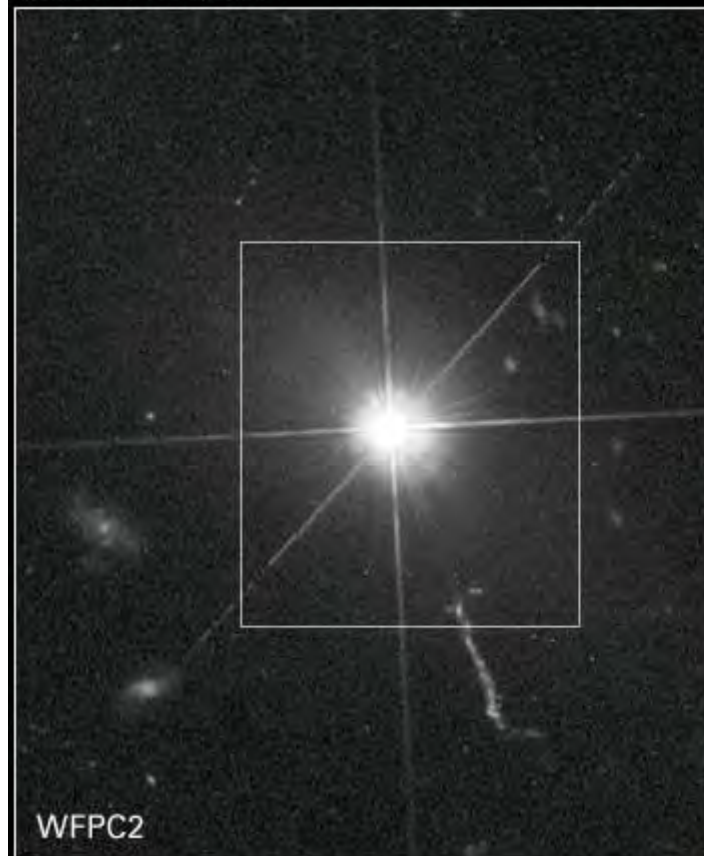
QUASAR



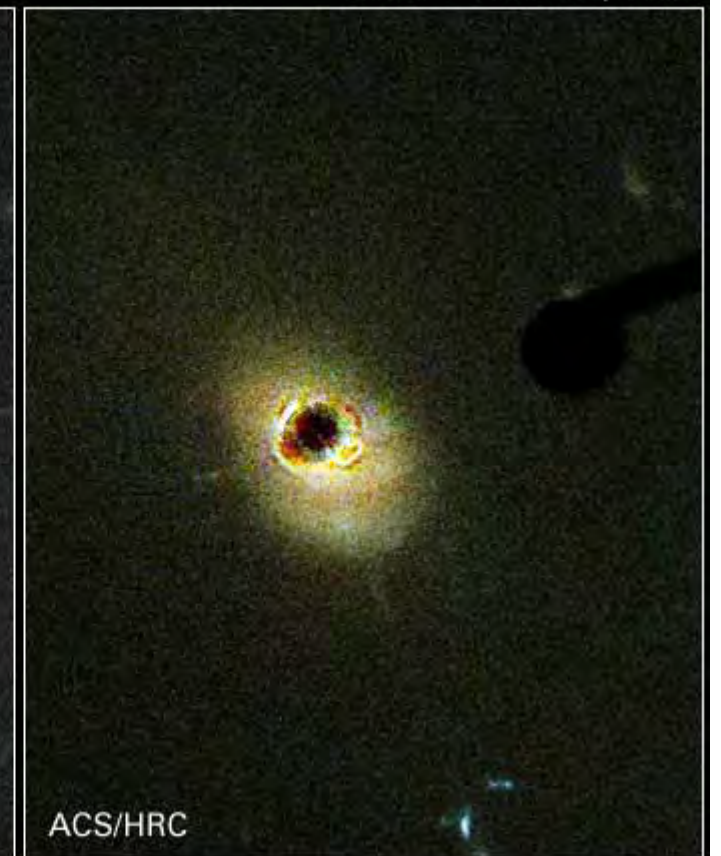
Kvasary

- extrémně svítivé bodové objekty: $L \sim 10^{43}$ W, $R < 200$ AU (přibl. 100x jasnější než běžné galaxie, rozsah $< SS$)
- zdrojem je akrece hmoty na supermasivní ČD

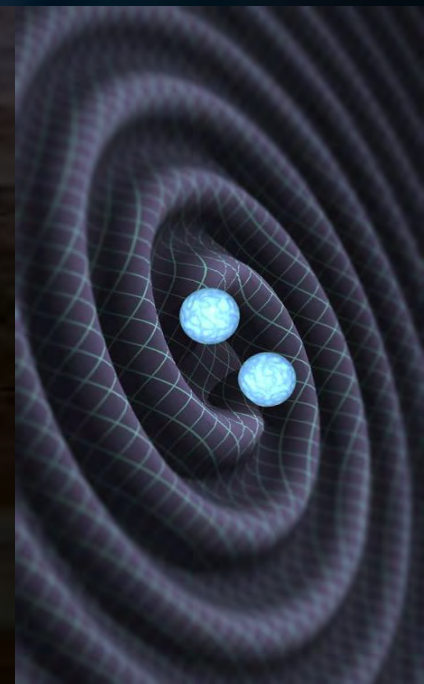
Quasar 3C 273



HST ■ WFPC2, ACS



Gravitační vlny a jejich detekce



Co je gravitační vlna?

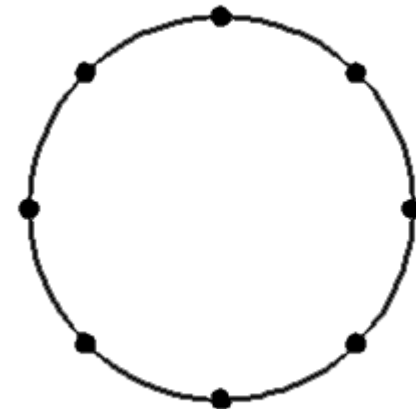
- Specifický kmitavý stav prostoročasu
- Šíří se *rychlostí světla*
- Jedná se o *příčné* vlnění
- 2 nezávislé polarizace
- Kvadrupólový charakter (neex. dipólové záření)
- Slabá interakce s hmotou – výhoda i nevýhoda

Linearizovaná teorie:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

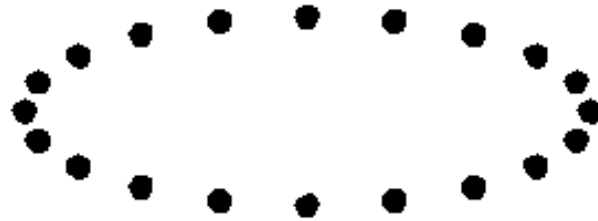
$$\square h_{\mu\nu} = 0$$

$$h_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_+ & A_\times & 0 \\ 0 & A_\times & -A_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} e^{ik \cdot x}$$

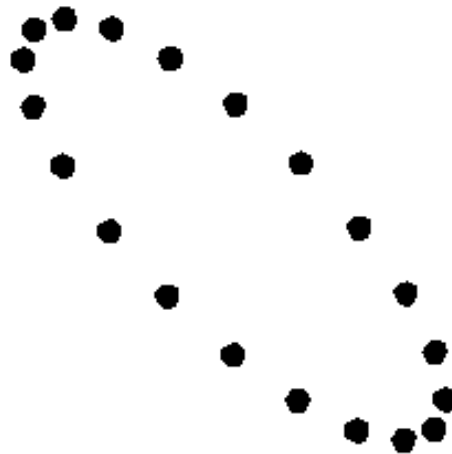


Vliv GW na prstenec test. částic

- Polarizace \oplus



- Polarizace \otimes



Zdroje GW

amplituda gravitační vlny $h \equiv \frac{\Delta l}{l}$

1. zábleskové

- výbuch SN (SN v Galaxii: $h \propto 10^{-18}$, $n \propto 1/30$ let; SN v Panně: $h \propto 10^{-21}$, $n \propto$ několik/rok)
- srážka NS
- nesférický kolaps * vedoucí ke vzniku černé díry
- splynutí černých děr ($h \propto 10^{-20}$)
- pád NS nebo BH do obří černé díry

2. kvaziperiodické

- těsné binární systémy
 - WD — WD (Galaxie: $h \propto 10^{-22}$)
 - NS — NS (Galaxie: $h \propto 10^{-21}$)
 - BH — BH (Virgo: $h \propto 10^{-23}$)

- kompaktní objekt obíhající v akrečním disku kolem centrální černé díry
- nestability rotujících hvězd ($h \propto 10^{-26}$)

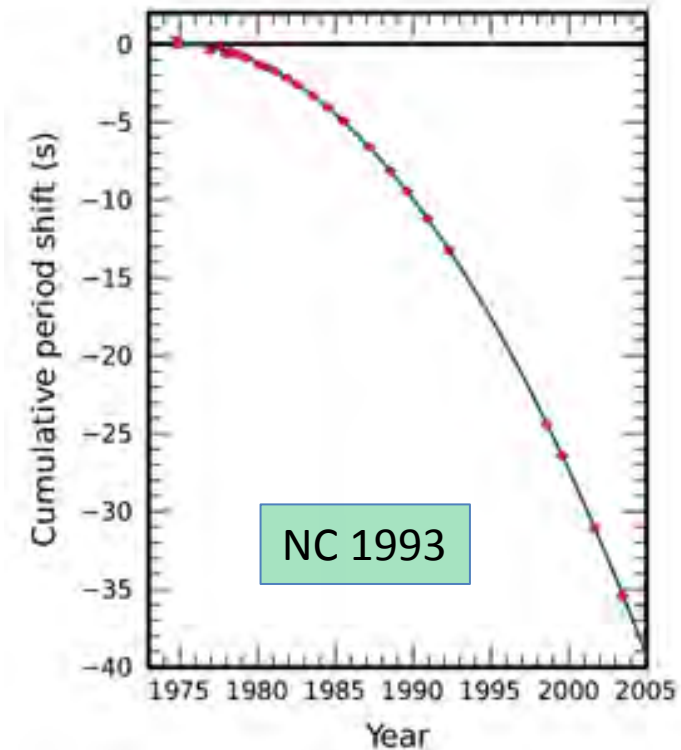
3. náhodné (stochastické) — kosmologické GW

- reliktní gravitační záření
- inflační GW
- GW spojené se vznikem topologických defektů

Pulsar PSR 1913+16

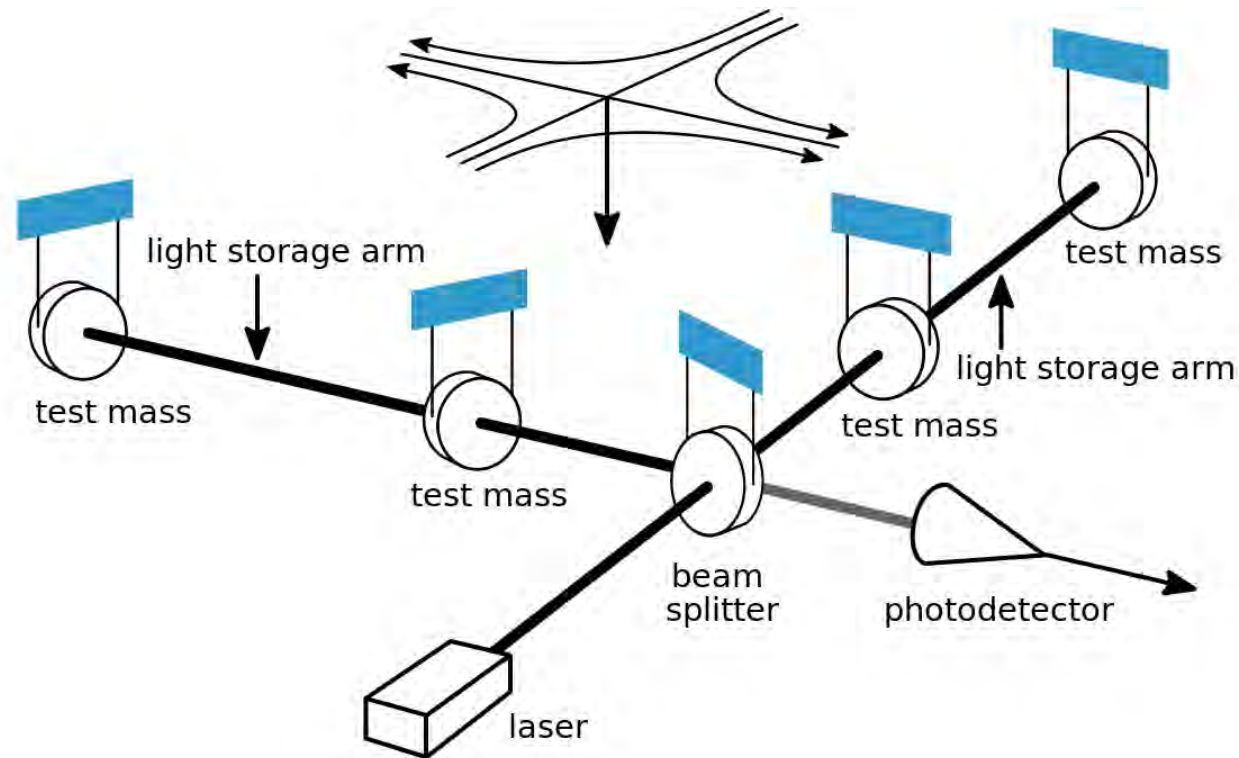
1974 — Joseph Taylor, Russell Hulse
 binární systém neutronových *, ob. doba ~ 8 hod.
 emise GW způsobuje pokles ob. doby, shoda s předpovědí:

$$\frac{\dot{P}_{obs}}{\dot{P}_{GR}} = 1,0032 \pm 0,0035$$



Detekce GW

- Michelsonův interferometr



LIGO

2 interferometry v koincidenčním režimu, Hanford (WA), Livingston (LA), 4 km, $\phi = 1.2$ m, vakuum $9 \cdot 10^{-6}$ l, 10^{-5} – 10^{-8} Pa

Fabryho-Perotova rez. dutina \rightarrow opt. délka 10^7 m

VIRGO (Pisa (IT), 3 km)

GEO (Hannover (GER), 600 m)

KAGRA (Kamioka (JAP), 3 km)

eLISA (vesmírný detektor, 10^6 km)

The Gravitational Wave Spectrum

Sources

wave period

age of universe

years

hours

sec

ms

log(frequency)

-16

-14

-12

-10

-8

-6

-4

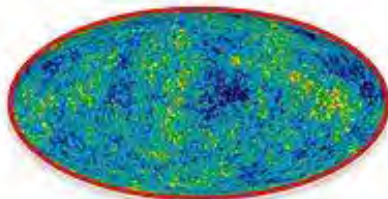
-2

0

+2

Detectors

Cosmic microwave background polarization



Pulsar Timing



Space Interferometers



Terrestrial interferometers



Quantum fluctuations in early universe

Binary Supermassive Black Holes in galactic nuclei

Compact Binaries in our Galaxy & beyond


Compact objects captured by Supermassive Black Holes

Rotating NS, Supernovae

GW150914 (1)

- První přímá detekce GW! (100 let od předpovědi jejich ex. A.E.)
- Nejpřímější důkaz ex. ČD, potvrzení OTR v silném režimu.

PRL **116**, 061102 (2016)

 Selected for a *Viewpoint* in *Physics*
PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
12 FEBRUARY 2016



Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

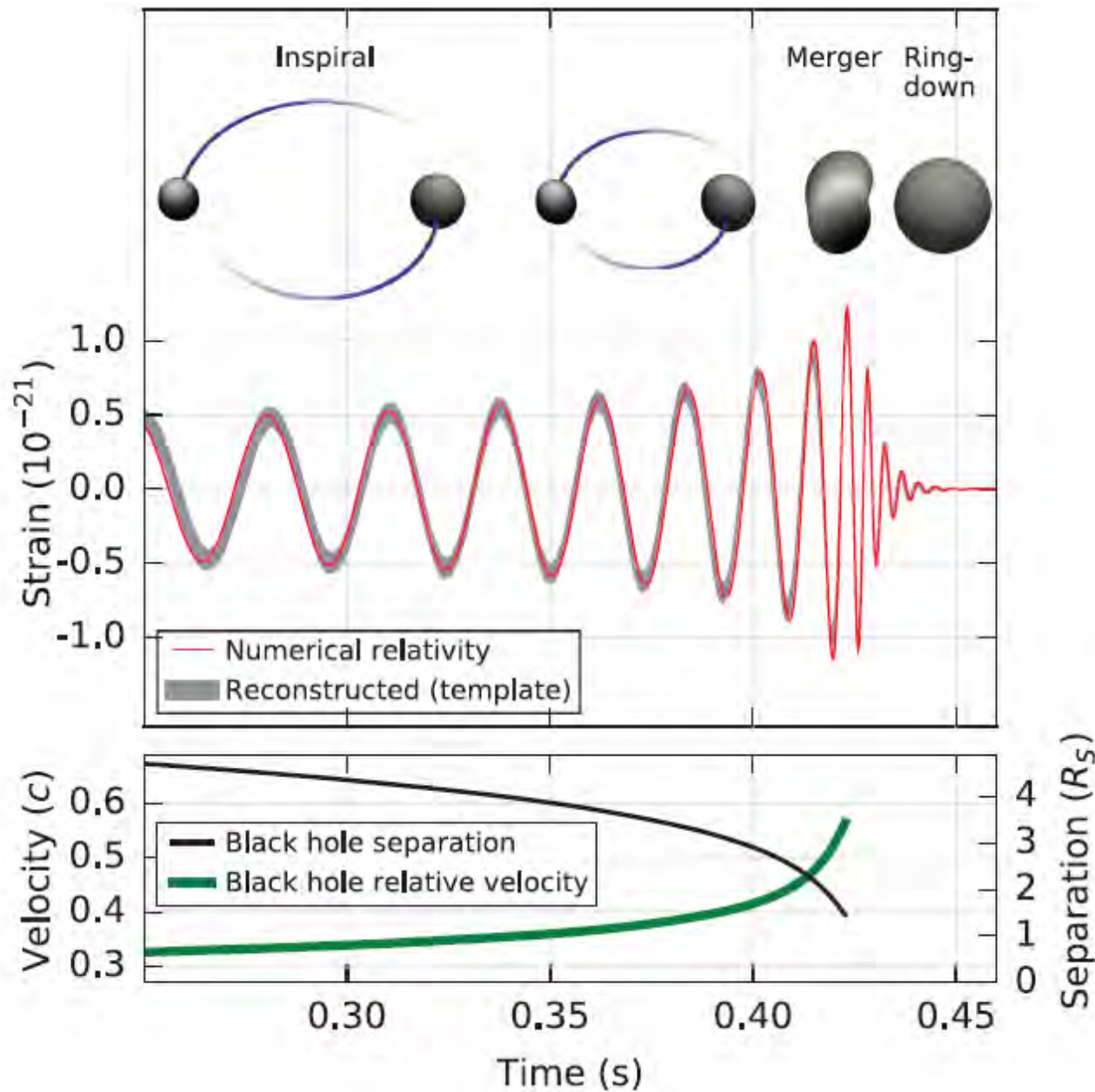
B. P. Abbott *et al.** cca 1000 spoluautorů

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of 1.0×10^{-21} . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than 5.1σ . The source lies at a luminosity distance of 410_{-180}^{+160} Mpc corresponding to a redshift $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$. In the source frame, the initial black hole masses are $36_{-4}^{+5}M_{\odot}$ and $29_{-4}^{+4}M_{\odot}$, and the final black hole mass is $62_{-4}^{+4}M_{\odot}$, with $3.0_{-0.5}^{+0.5}M_{\odot}c^2$ radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.

GW150914 (2)



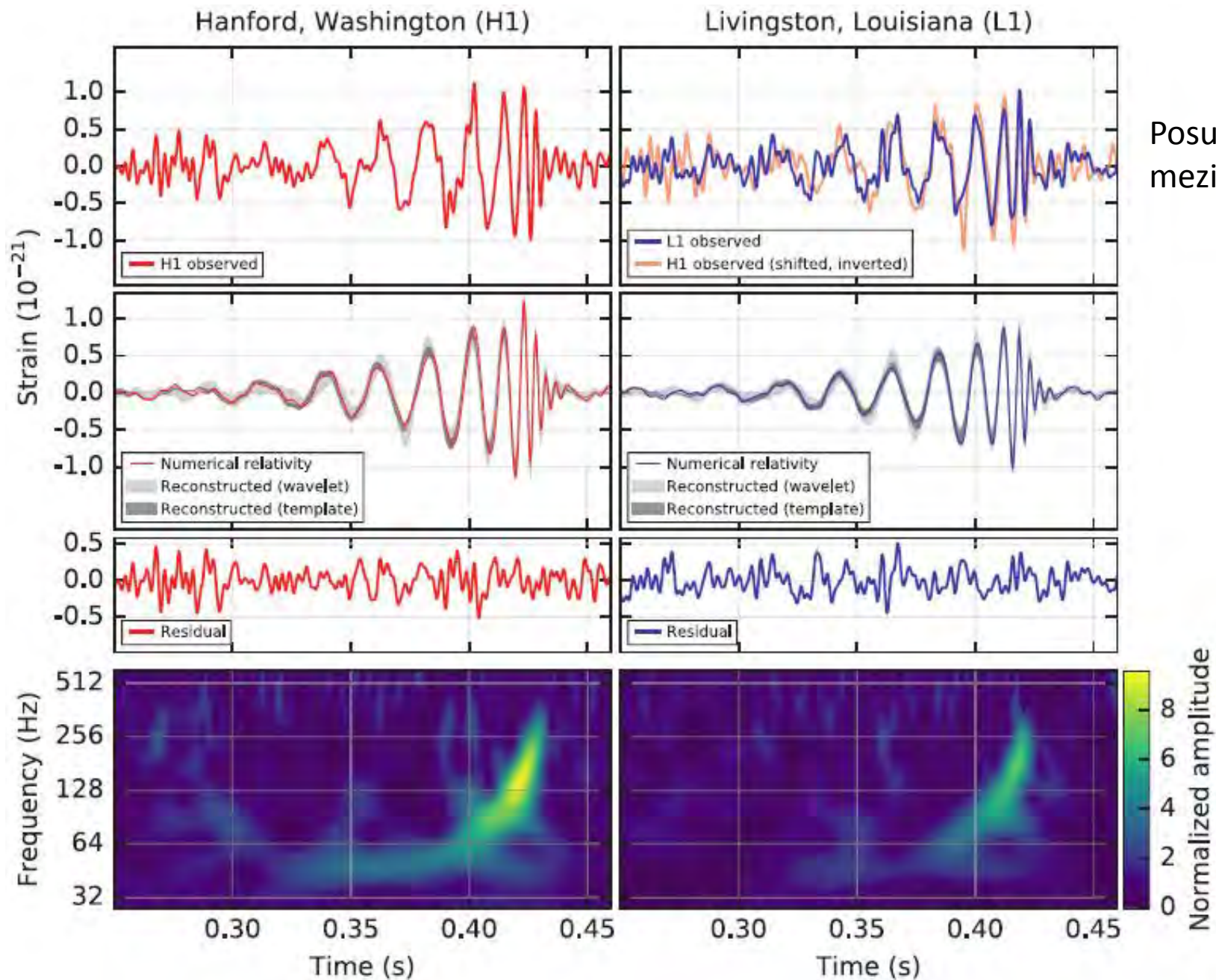
Time detected	September 14, 2015 09:50:45 UTC	
Mass (in units of Solar Mass)	Black Hole 1	36^{+5}_{-4}
	Black Hole 2	29 ± 4
	Final Mass	62 ± 4
GW Energy	$3.0 \pm 0.5 M_{\odot} c^2$	
Distance	410^{+160}_{-180} Mpc $\sim 1.34 \times 10^9$ light years	
Redshift	$0.09^{+0.03}_{-0.04}$	
Observing band	35-350 Hz	
Peak strain h	1.0×10^{-21}	

Final black hole spin

$0.67^{+0.05}_{-0.07}$

$L \sim 10^{49}$ W $\sim 10^{22} L_{\text{SUN}}$

GW150914 (3)



Počítačová simulace události



GW151226 (1)

PRL 116, 241103 (2016)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending
17 JUNE 2016



GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence

B. P. Abbott *et al.**

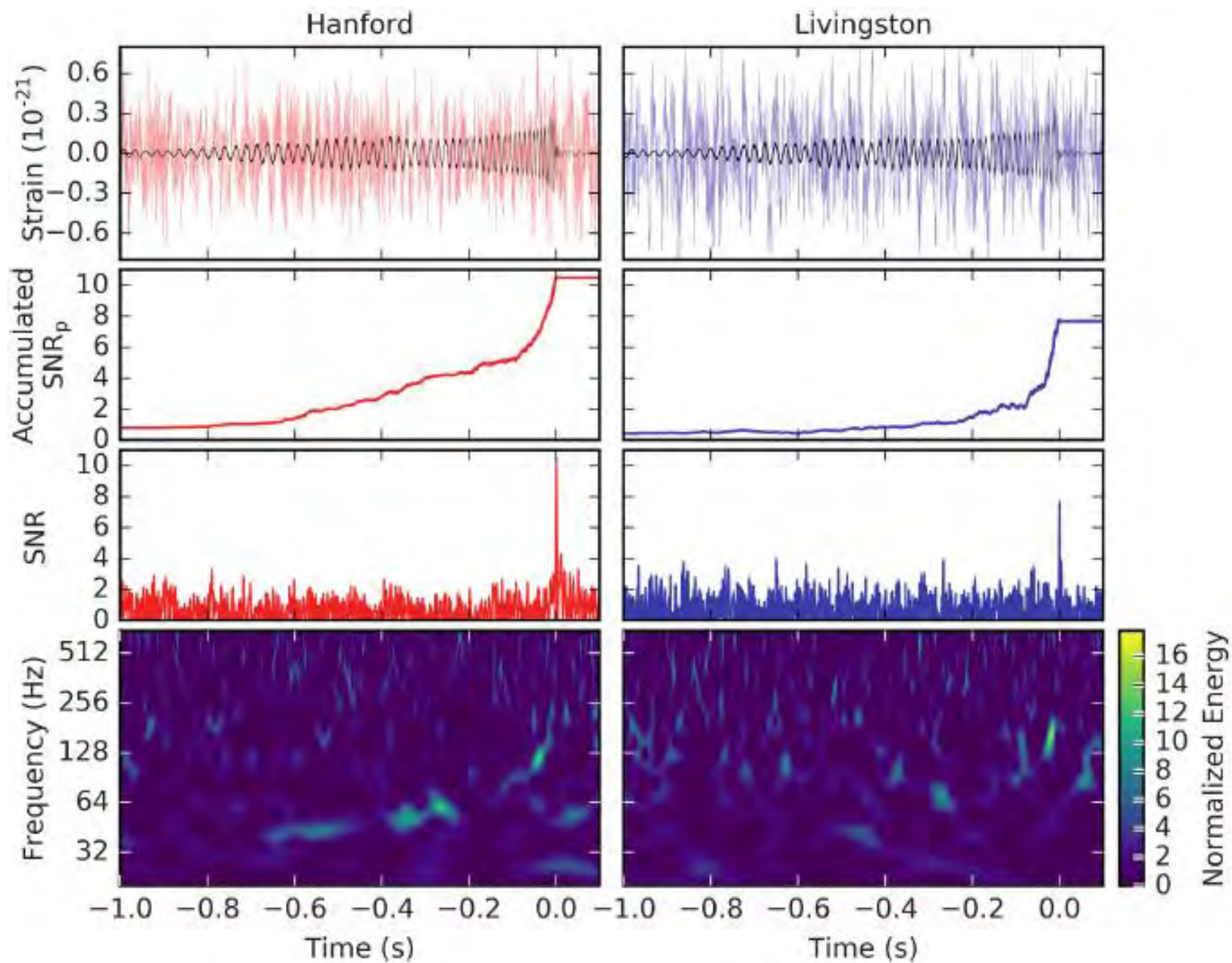
(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 31 May 2016; published 15 June 2016)

We report the observation of a gravitational-wave signal produced by the coalescence of two stellar-mass black holes. The signal, GW151226, was observed by the twin detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) on December 26, 2015 at 03:38:53 UTC. The signal was initially identified within 70 s by an online matched-filter search targeting binary coalescences. Subsequent off-line analyses recovered GW151226 with a network signal-to-noise ratio of 13 and a significance greater than 5σ . The signal persisted in the LIGO frequency band for approximately 1 s, increasing in frequency and amplitude over about 55 cycles from 35 to 450 Hz, and reached a peak gravitational strain of $3.4_{-0.9}^{+0.7} \times 10^{-22}$. The inferred source-frame initial black hole masses are $14.2_{-3.7}^{+8.3} M_{\odot}$ and $7.5_{-2.3}^{+2.3} M_{\odot}$, and the final black hole mass is $20.8_{-1.7}^{+6.1} M_{\odot}$. We find that at least one of the component black holes has spin greater than 0.2. This source is located at a luminosity distance of 440_{-190}^{+180} Mpc corresponding to a redshift of $0.09_{-0.04}^{+0.03}$. All uncertainties define a 90% credible interval. This second gravitational-wave observation provides improved constraints on stellar populations and on deviations from general relativity.

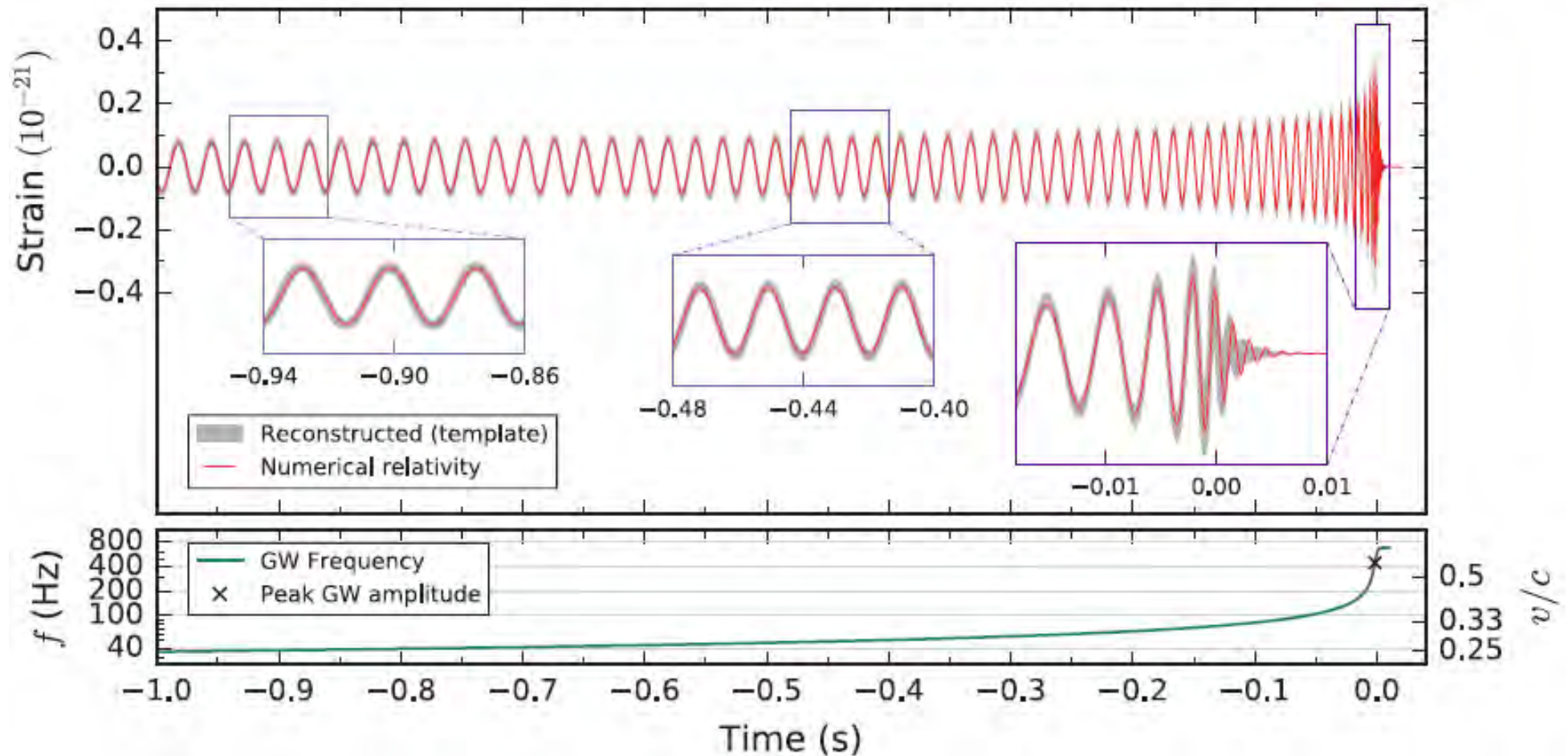
Radiated gravitational-wave energy	$1.0_{-0.2}^{+0.1} M_{\odot} c^2$
Peak luminosity	$3.3_{-1.6}^{+0.8} \times 10^{56}$ erg/s
Final black hole spin	$0.74_{-0.06}^{+0.06}$

GW151226 (2)



GW151226 (3)

- předpověď OTR



Děkuji za pozornost!

